Volume 2 • Módulo 4 • Matemática

Expansão: Polinômios II

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Luciana Felix da Costa Santos e Renata Cardoso Pires de Abreu.

Introdução

Na expansão do material do aluno, são apresentados exemplos históricos em que é possível observar a presença de conceitos algébricos relacionados à ideia de polinômios. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de ampliar os estudos relacionados a esse tema, utilizando teoremas e regras práticas para resolver problemas e equações polinomiais, tais como o teorema do resto, o dispositivo de Briot-Ruffini, o Teorema Fundamental da Álgebra e as relações de Girard.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas. Uma descrição destas sugestões e seu detalhamento são apresentados nas tabelas e páginas seguintes.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. Esta é uma atividade proposta para ser realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, é esperado que algumas noções básicas relacionadas à ideia de polinômios sejam ampliadas.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de fazer as alterações e adaptações que julgar necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos: o primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo e o segundo, um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	4	Expansão – Polinômios II	4 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Polinômios – Parte 2	Polinômios

Objetivos da unidade
Utilizar o teorema do resto para resolver problemas;
Utilizar o dispositivo prático de Briot-Ruffini na divisão de polinômios;
Resolver equações polinomiais utilizando o teorema fundamental da álgebra;
Utilizar as Relações de Girard para resolver equações polinomiais.

Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	219 a 221
Seção 1 – Divisão de um polinômio e cálculo do resto	222 a 227
Seção 2 – Raízes de polinômios	227 a 231
Seção 3 – Relações de Girard	231 a 235
Resumo	235
Veja ainda	236
O que perguntam por aí?	241

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

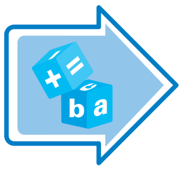
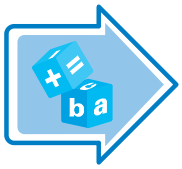
Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Problemas históricos	Cópias da folha de atividades	Esta atividade tem por objetivo apresentar alguns problemas históricos explorando a tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica, algébrica.	Duplas	50 minutos
	Ilustrando o estudo dos polinômios	Cópias da folha de atividades	Os alunos deverão relacionar exemplos de algumas funções polinomiais já abordadas na Física com o estudo dos polinômios.	Individual	40 minutos

Seção 1 – Divisão de um polinômio e cálculo do resto

Páginas no material do aluno

222 a 227

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando embalagens	Cópias da folha de atividades, computador com Datashow	A atividade se propõe a enfatizar, a partir de um vídeo, situações em que polinômios são usados para modelar a confecção de embalagens.	Duplas	50 minutos

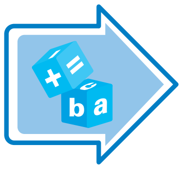
Seção 2 – Raízes de Polinômios

Páginas no material do aluno
227 a 231

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Geogebra e o Teorema Fundamental da Álgebra	Laboratório de informática, software Geogebra, cópias da folha de atividades.	Esta atividade tem por objetivo fazer com que os alunos percebam a relação que existe entre o grau e o número de raízes reais de um polinômio, utilizando o software livre GeoGebra.	Duplas	50 minutos

Seção 3 – Relações de Girard

Páginas no material do aluno
231 a 235

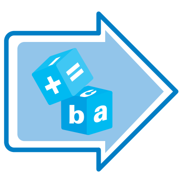
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Relações de Girard para Polinômios de Grau 4	Cópias da folha de atividades	Esta atividade tem por objetivo estabelecer as relações entre os coeficientes de um polinômio e suas raízes (relações de Girard) para polinômios de grau 4.	Grupos de 3 ou 4	50 minutos

Seção O que perguntam por aí...

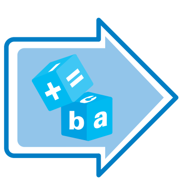
Página no material do aluno
241

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de vestibular	Imagem para projeção, disponível neste material	–	Duplas	–

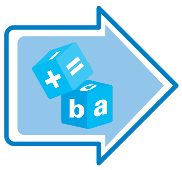
Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas, a serem escolhidas a critério do professor.	Individual	40 minutos

Atividade Complementar

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios Complementares	Folha de atividades	Essa atividade propõe alguns exercícios que podem auxiliar na fixação das principais noções ligadas à ideia de polinômio.	Duplas ou trios	–

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Problemas históricos	Cópias da folha de atividades	Esta atividade tem por objetivo apresentar alguns problemas históricos explorando a tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica, algébrica.	Duplas	50 minutos

Aspectos operacionais

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Essa atividade apresenta três problemas do papiro de Rhind, três versos de Bhaskara e pede para que os alunos façam a tradução da linguagem corrente, apresentada nos textos, para a linguagem algébrica.

No início da atividade, divida os alunos em duplas e distribua, para cada um, uma cópia da folha de atividades. Isso irá facilitar a leitura individual do texto. No entanto, professor, você deve estimular cada dupla a dialogar e resolver em conjunto as questões propostas.

Aspectos pedagógicos

A álgebra está muito presente no nosso cotidiano, sobretudo, no cotidiano escolar. Contudo, as representações algébricas nem sempre estiveram disponíveis. Com essa atividade, apresentamos para os alunos os problemas tal como eles eram estudados na sua época. Os três primeiros itens correspondem a problemas do papiro de Rhind, enquanto os outros são problemas estudados por Bhaskara. A linguagem retórica pode parecer, digamos, estranha para os alunos. Por isso, procure mostrar para eles como a representação algébrica pode simplificar.

Para complementar a atividade, você pode sugerir uma pesquisa sobre o papiro de Rhind e outros aspectos da História da Matemática. Caso algum aluno se interesse pelo aspecto histórico, sugerimos a consulta ao livro História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas – Tatiana Roque, editora Zahar, no qual se apresentam problemas e suas soluções da maneira como os matemáticos faziam na sua época.

Caso os alunos tenham alguma dúvida na hora de passar da linguagem em que é apresentado o problema para a algébrica, sugerimos que você faça o primeiro exercício como exemplo.

Para resolver as equações correspondentes, os alunos podem se deparar com dificuldades, como, por exemplo, a soma de frações, a resolução de equações tanto do primeiro grau, quanto do segundo grau. Se necessário, sugerimos que você retome os temas que os alunos apresentarem dificuldade.

Incentive o uso da calculadora, para que uma potencial dificuldade com os cálculos não tire o foco da transcrição dos problemas. Talvez seja interessante, após a transcrição dos problemas, que você discuta em conjunto, com toda a turma, a resolução das equações obtidas. Assim, a dificuldade da resolução, bem como a da sua simplificação, podem ser esclarecidas. É importante também chamar a atenção dos alunos para as soluções das equações que não são soluções do problema.

Folha de atividade – Problemas históricos

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Você já ouviu falar da álgebra, certo? A seguir apresentamos algumas situações descritas em linguagem corrente. Antes de resolvê-los, você deverá traduzi-los usando a linguagem algébrica.

1. Uma quantidade e seu sétimo, somadas juntas, dão 19. Qual é a quantidade?

2. Uma quantidade e sua metade, somadas juntas, resultam 16. Qual é a quantidade?

3. Uma quantidade e 2/3 dela são somadas. Subtraindo-se, desta soma, 1/3 dela, restam 10. Qual é a quantidade?

4. Um bando barulhento de macacos se divertia. Um oitavo ao quadrado brincava no bosque. Doze, os que sobraram, gritavam ao mesmo tempo, no alto da colina verdejante. Quantos eram os macacos no total.

5. De um bando de gansos, quando apareceu uma nuvem, dez vezes a raiz quadrada [do total] foram para o lago de Manasa, um oitavo foi para a floresta coberta de hibiscos, e três pares foram vistos brincando na água. Diz-me, donzela, o número de gansos no bando. Nesse problema, a referência à raiz quadrada pode ser um problema... Mas você pode indicar o número de gansos como x^2 e então, como esse número é positivo, sua raiz quadrada será x. Assim, esse problema pode ser traduzido como indicado na tabela a seguir.

número de gansos	x^2
raiz quadrada [do total] de gansos	x
dez vezes a raiz quadrada [do total]	10x
um oitavo foi para a floresta coberta de hibiscos	$\frac{1}{8}x$
três pares	6

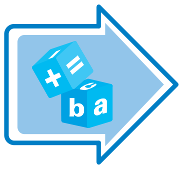
A narração indica o que aconteceu com todos os gansos, assim, temos a seguinte equação

$$x^2 = 10x + \frac{x^2}{8} + 6$$

Resolva-a para determinar o número de gansos.

6. Enraivecido numa batalha, Arjuna disparou uma quantidade de setas para matar Karna. Com metade das setas desviou as setas do seu adversário; com quatro vezes a raiz quadrada do total, matou o seu cavalo; com seis setas, matou o seu cocheiro Salya; depois com três setas destruiu a proteção, o estandarte e o arco do seu inimigo; e com uma seta, cortou a sua cabeça. Quantas setas Arjuna disparou?

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Ilustrando o estudo dos polinômios	Cópias da folha de atividades	Os alunos deverão relacionar exemplos de algumas funções polinomiais já abordadas na Física com o estudo dos polinômios.	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Antes de fazer qualquer definição, ou mesmo resolver problemas clássicos sobre polinômios, é interessante apresentar exemplos de aplicações sobre o assunto, relacionando-o com temas de Física já estudados. Neste caso, professor, procure ilustrar o conceito de polinômio a partir das aplicações apresentadas na folha de atividades.

Entregue a folha de atividade para cada aluno propondo que respondam as questões observando as diferentes situações em que o polinômio aparece.

Professor, é interessante citar alguns exemplos de aplicação dos polinômios. Por exemplo, quando se deseja projetar uma obra pública, como um sistema de abastecimento de água, deve-se estimar a população daqui a 20 ou 50 anos. Baseando-se em dados de anos anteriores, podemos chegar a uma função de crescimento da população, que pode ser aproximada por um polinômio.

Outra aplicação de polinômios é em criptografia. Em Engenharia temos muitos problemas que são resolvidos por polinômios. Em Física também: no lançamento de um projétil, por exemplo, a trajetória descrita é uma parábola, que é representada por um polinômio do segundo grau. São inúmeras as aplicações de polinômios na vida prática.

Folha de atividade – Ilustrando o estudo dos polinômios

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

1. Através da função polinomial $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, podemos calcular a energia cinética de um corpo, em outras palavras, a energia que se manifesta nos corpos em movimento. Nessa função, E_c indica a energia cinética, em joules, *m* indica a massa o corpo, em kg e v, a velocidade, em m/s.

a. Quais as variáveis desse polinômio?

b. Considerando Ec um polinômio na variável , qual o seu grau?

c. Supondo um carrinho de massa 20 Kg, com uma velocidade de 5m/s. Calcule a sua energia cinética.

2. A função polinomial $S = 5 + 2t + 4t^2$ é a função horária do espaço no Movimento Uniformemente Variado. Nessa função polinomial, *S* é a posição; S_0 é a posição inicial; *v0* é a velocidade inicial; *t* é o tempo e a é a aceleração.

3. Você lembra de outro polinômio estudado na Física? Dê alguns exemplos de polinômios do 1º grau, considerando como variável o tempo *t*.

Seção 1 – Divisão de um polinômio e cálculo do resto

Páginas no material do aluno

222 a 227

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando embalagens	Cópias da folha de atividades, computador com Datashow	A atividade se propõe a enfatizar, a partir de um vídeo, situações em que polinômios são usados para modelar a confecção de embalagens.	Duplas	50 minutos

Aspectos pedagógicos

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. É igualmente importante que verifique a viabilidade da utilização de um computador com Datashow e kit multimídia para reproduzir o vídeo que se encontra no seu material.

Após a apresentação do vídeo e possíveis discussões, distribua uma folha de atividades para cada aluno, peça que se dividam em duplas e resolvam os problemas. Depois da resolução, procure enfatizar as diferentes situações onde os polinômios podem ser aplicados e convide-os a modelar um problema de confecção de embalagens a partir da resolução de equações algébricas.

Aspectos operacionais

Professor, é interessante iniciar o conteúdo de polinômios dando ênfase às situações-problemas que envolvam esse conceito. Essa atividade foi baseada e utiliza o vídeo disponível em: *http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/index.php?url=http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/VideosM3Matematica/MatematicanaEscola/Embalagens/*

O vídeo mostra a funcionária Daniela pedindo ajuda para recortar uma folha de papelão e montar caixas em forma de paralelepípedo retângulo, que será usada para embalar velas de 10 cm de altura.

A funcionária é orientada a seguir os seguintes passos:

- As folhas de papelão medem 120 cm de comprimento por 60 cm de largura; logo, devem ser recortadas em duas de 60 cm, já que as bases das caixas devem ser quadradas.
- Em cada canto da folha quadrada (60 cm x 60 cm) deve ser recortado um quadrado de 10 cm de lado. Esse corte será usado para formar as quatro abas de 10 cm de altura, que deverão compor a superfície lateral de cada caixa.

Cada caixa deverá ter 40 cm de aresta da base e 10 cm de altura; e o volume será então: $V = (40)^2.10 = 16000\ cm^3$.

As funcionárias analisam a variação de volume em função da variação da medida x dos lados dos quadrados recortados nos quatro cantos. Como a aresta da base da caixa quadrada mede (60 – 2x) e a altura mede x, obtém-se a fórmula: $V = (60-2x)^2.x = 4x^3 - 240x^2 + 3600.x$, que é um polinômio de terceiro grau.

Professor, para efeito de ilustração, você pode ainda relacionar ao polinômio encontrado, o estudo gráfico da função polinomial que representa o volume da caixa com relação a sua altura. A partir daí, poderá verificar o valor do volume máximo e como consequência os valores onde a função volume é crescente (intervalo de zero a 10 cm) e decrescente (intervalo a partir de 10 cm a 30 cm).

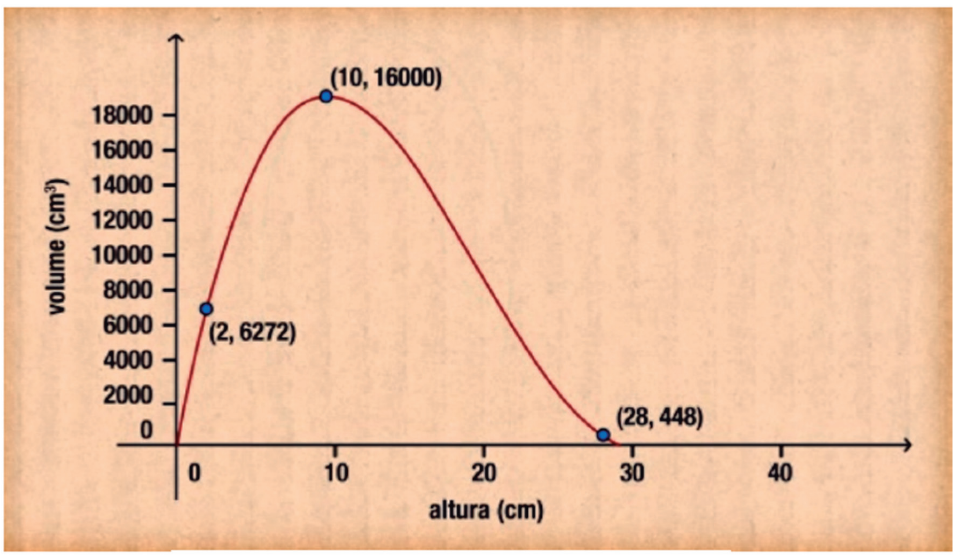


Gráfico do volume da caixa com relação a sua altura

Figura 1 – Gráfico do volume da caixa em função da altura

A questão proposta na folha de atividades propõe que o aluno investigue, a partir do polinômio $V = (60-2x)^2.x = 4x^3 - 240x^2 + 3600.x$, se há outro valor possível para o lado do quadrado a ser recortado em cada canto da folha de papelão, de maneira que o volume da caixa resultante também seja igual a 16000 cm^3 . Ou seja, nosso problema é resolver a equação $4x^3 - 240x^2 + 3600.x = 16000$, ou, equivalentemente, $x^3 - 60x^2 + 900x - 4000 = 0$.

É importante que você ressalte que uma das soluções já é conhecida, isto é, lembre a eles que cortando quadrados de 10 cm de lado já obteremos uma caixa de volume 16000. Portanto, 10 é uma raiz da equação.

Instigue os alunos a investigarem a possibilidade de outro tamanho para o quadrado cortado. Para isso, oriente-os a eliminarem a raiz conhecida, reduzindo a equação do terceiro grau a uma equação do segundo grau, que saberão resolver.

Note que, usando o dispositivo de Briot-Ruffini, podemos dividir $x^3 - 60x^2 + 900x - 4000$ por x -10, e aí teremos:

	1	- 60	900	-4000
10	1	1.10-60=-50	-50.10+900=400	400.10-4000=0

Logo, a equação se reduz a $x^2 - 50.x + 400 = 0$, que é uma equação do 2º grau com raízes dadas por $x_1=10$ e $x_2=40$.

Ao obter as soluções para a equação do 2º grau, é importante perceber que não é possível recortar um quadrado com 40 cm de lado, uma vez que as dimensões originais da folha de papelão são 120 cm x 60 cm.

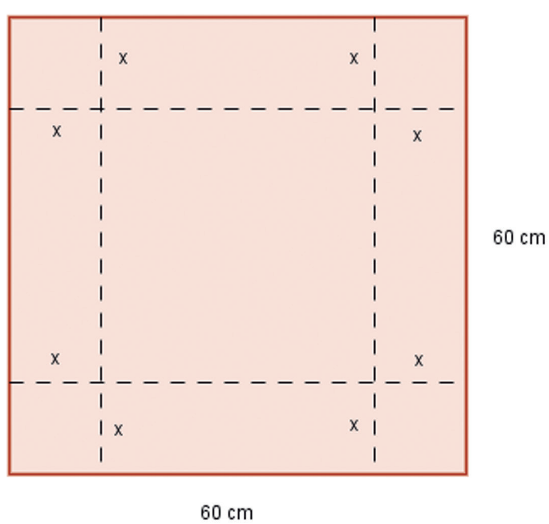
A questão seguinte apresenta uma situação análoga à primeira, porém as outras soluções da equação do 2º grau são irracionais. Pelas dimensões da folha e pelo valor decimal aproximado das raízes, percebemos que apenas uma delas fornece uma dimensão possível para o lado do quadrado. É interessante que os alunos possam obter uma aproximação decimal para essa outra possível medida de lado do quadrado a ser recortado. Estimule-os a utilizar desenhos das embalagens para auxiliar na visualização do problema.

Folha de atividade – Modelando Embalagens

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

1. Baseados no vídeo, vimos que quando cortamos quadrados de lado 10 cm nos cantos de uma folha de papelão quadrada de 60 cm de lado e dobramos conforme a figura, conseguimos formar uma caixa sem tampa, cujo volume é igual a 16000 cm3. Utilize o dispositivo de Briot Ruffini para verificar se existe algum outro valor para o lado do quadrado a ser recortado em cada canto para qual o volume da caixa resultante também seja igual a 16000 cm3. Justifique a sua resposta.



2. Agora imagine que você deseja cortar quadrados em cada canto de uma folha de papelão quadrada, com 18 cm de lado, para obter uma caixa de papelão na forma de um paralelepípedo sem tampa.

a. Determine o polinômio que representa o volume da caixa em relação ao lado de medida x dos quadrados cortados.

b. Cortando-se quadrados de lado 4 cm nos cantos da folha é possível construir uma caixa de 400 cm3. Existe algum outro valor para o lado do quadrado a ser recortado em cada canto para qual o volume da caixa resultante também seja igual a 400 cm^3? Justifique a sua resposta.

Seção 2 – Raízes de Polinômios

Páginas no material do aluno

227 a 231

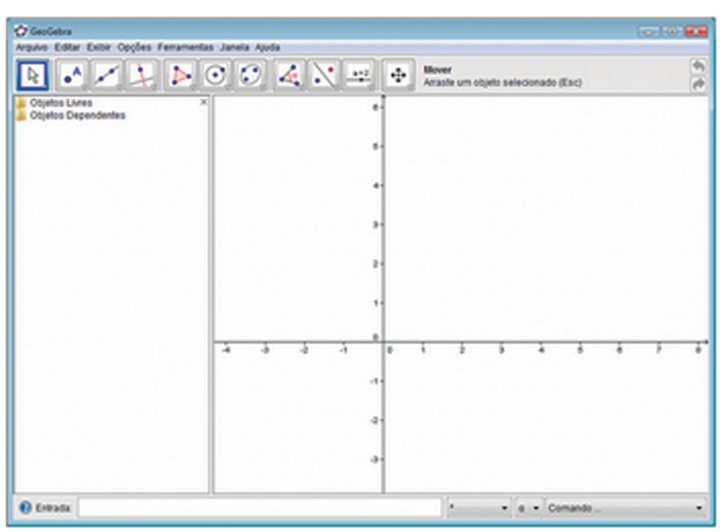
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Geogebra e o Teorema Fundamental da Álgebra	Laboratório de informática, software Geogebra, cópias da folha de atividades.	Esta atividade tem por objetivo fazer com que os alunos percebam a relação que existe entre o grau e o número de raízes reais de um polinômio, utilizando o software livre GeoGebra.	Duplas	50 minutos

Aspectos operacionais

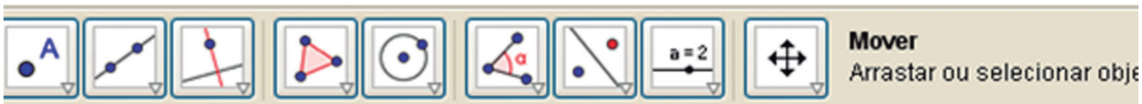
Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. É importante também reservar o laboratório multimídia com antecedência e instalar o software Geogebra, que se encontra disponível no seguinte site: *http://www.geogebra.org*. Se preferir, pode instalar o Geogebra a partir do arquivo executável que se encontra no seu material multimídia, denominado Geogebra e o Teorema Fundamental da Álgebra. Aproveite a oportunidade para estabelecer uma divisão da turma em duplas.

Ao entrar no laboratório multimídia (com o Geogebra já instalado), peça que cada dupla ocupe um computador e entregue uma folha de atividades para cada aluno. Em seguida, peça que realizem os seguintes passos:

Passo 1: Iniciar o aplicativo GeoGebra, que fará surgir a seguinte tela:



Professor, comente com seus alunos que, na barra de botões, temos diversas ferramentas que podem ser utilizadas.



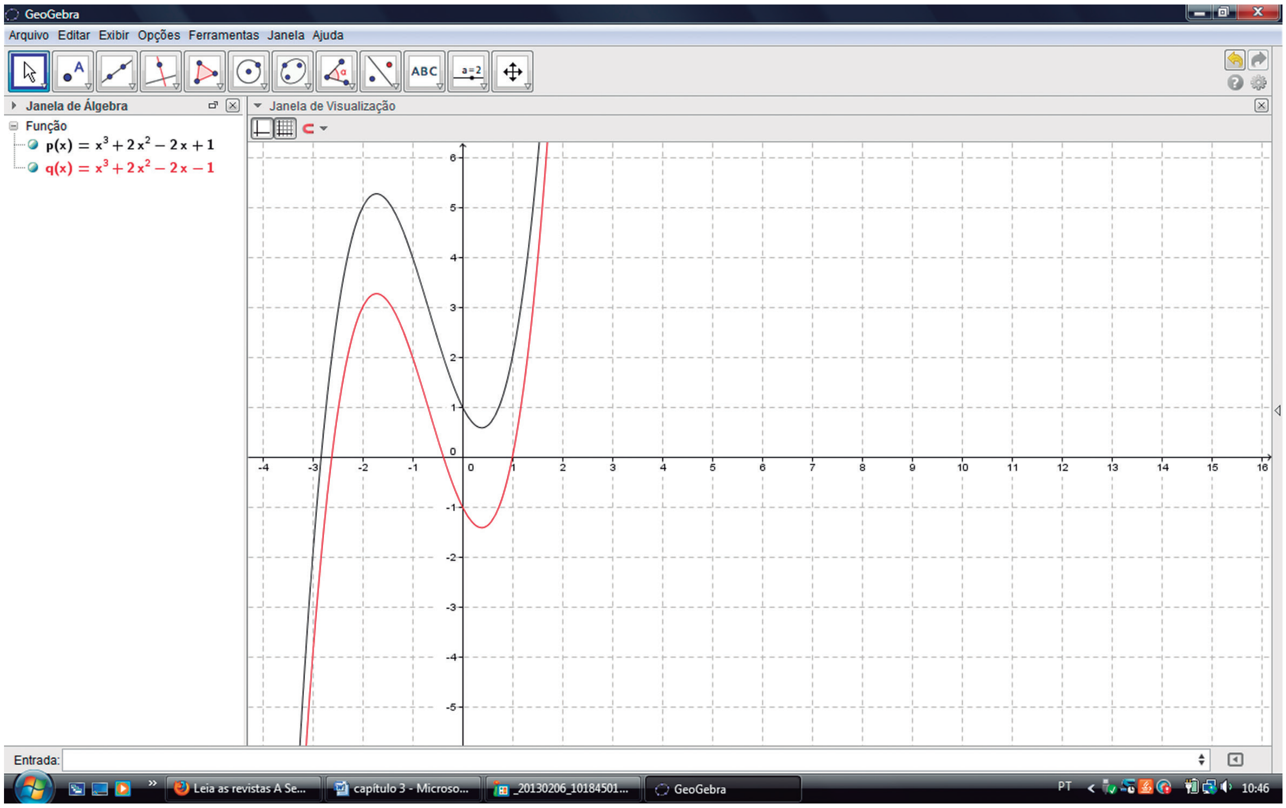
Em todos os botões, aparece uma seta no canto inferior direito, que, ao ser clicada, permite visualizar as opções existentes.

Passo 2: Apresentando exemplos de polinômios.

Na parte inferior da tela, existe uma caixa de texto destinada à entrada de dados e de fórmulas. Digite: p(x) = $x^3 + 2x^2 - 2x + 1$, ou p(x) = x^3 + 2*x^2 -2*x + 1. Depois dê enter e digite q(x) = $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$ ou p(x) = x^3 + 2*x^2 - 2*x - 1

Observação: Dependendo da versão, para digitar os expoentes de x, basta α clicar na caixa que se encontra à direita na caixa de entrada.

Observe que, no lado esquerdo da tela, existe a área Janela de Álgebra, onde aparecem os polinômios digitados. No lado direito da tela, existe a área gráfica, onde serão traçados os gráficos dos polinômios.



Passo 3: Verificar se um determinado número é raiz do polinômio.

Para verificar se o número 1 é raiz do polinômio q(x), digite, na caixa de entrada: a=q(1). Na Janela de Álgebra, aparecerá a=0, o que significa que o valor numérico do polinômio é 0 quando x = 1.

Professor, peça aos alunos que testem outros números, utilizando outras letras como variáveis, por exemplo: b=q(0); c=q(-1), etc. Com este procedimento, os valores numéricos ficaram registrados na Janela de Álgebra.

Depois de fazerem as verificações com o polinômio q(x), faça o mesmo para p(x), calculando o valor numérico do polinômio para diferentes valores de x.

Detalhe: -3 e -2 não são raízes de nenhum dos dois polinômios estudados, só queremos que os alunos se familiarizem com os comandos do Geogebra. As raízes de p(x) são irracionais.

Passo 4: Determinar as raízes de um polinômio.

Oriente os alunos a digitarem na caixa de entrada: raiz[q] e depois raiz[p]. Com este comando, serão exibidos os pontos de intersecção dos gráficos dos polinômios com o eixo das abscissas. Estes pontos aparecerão na Janela de Álgebra e na área gráfica. No entanto, como as raízes de p são irracionais, o software apresenta uma aproximação decimal.

Professor, após esta exploração instigue os alunos a perceberam alguma relação entre o grau de polinômios e o número máximo de raízes reais. Para isso, você pode estimulá-los a criarem e testarem outros polinômios de graus maiores que 3, como por exemplo 7 e 8.

Aspectos pedagógicos

Essa atividade propõe que o aluno seja instigado a relacionar o número de raízes reais de um polinômio com o seu grau, utilizando o Geogebra para se aproximar do chamado Teorema Fundamental da Álgebra.

Professor, após explorar o Geogebra e fazer os gráficos de p(x), de q(x) e de polinômios com grau maior do que 3, pergunte aos alunos se eles perceberam se existem alguma relação entre o grau de polinômios e o número máximo de raízes reais. Esperamos que, com essa exploração, os alunos consigam perceber tal relação, abrindo a porta para que você, professor, possa enfim apresentar o famoso Teorema Fundamental da Álgebra - que no material do aluno está registrado como corolário do Teorema Fundamental da Álgebra. Saliente que ambos podem ser considerados o Teorema Fundamental da Álgebra e que, neste caso, o corolário é mais conveniente para ser trabalhado nesta atividade, pois estabelece uma relação entre o grau do polinômio e o número máximo de raízes.

Assim, consideremos como o Teorema Fundamental da Álgebra o seguinte enunciado: todo polinômio de grau n tem no máximo n raízes reais distintas.

Na folha de atividades, são apresentados outros polinômios, que poderão ser usados para testar a validade do Teorema Fundamental da Álgebra. Além disso, sugerimos que você proponha translações verticais dos gráficos, para que os alunos verifiquem a mudança do número de raízes sem deixar de validar o teorema.

Outra observação relevante se refere à observação de que um polinômio de grau ímpar possui sempre pelo menos uma raiz real.

É importante que os alunos associem o número de raízes reais de um polinômio ao número de pontos em que o gráfico corta o eixo x.

Folha de atividade – Modelando Embalagens

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

1. Utilizando o Geogebra, determine o gráfico e o número de raízes reais de cada um dos polinômios abaixo:

a. $p(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$

b. $q(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1$

c. $f(x) = x^3 - 1$

d. $g(x) = x^2 - 2x + 1$

e. $h(x) = x^2 + 1$

f. $j(x) = x^7 - 1$

g. $l(x) = x^9 - x^5 - x + 1$

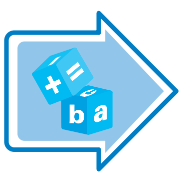
h. $m(x) = x^7 - x^5 - x^3 - x - 1$

2. Observe os gráficos dos polinômios de graus ímpares que você construiu na atividade anterior. Algum deles não corta o eixo x? O que você observa em relação ao número de raízes reais desses polinômios? Justifique sua resposta.

Seção 3 – Relações de Girard

Páginas no material do aluno

231 a 235

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Relações de Girard para Polinômios de Grau 4	Cópias da folha de atividades	Esta atividade tem por objetivo estabelecer as relações entre os coeficientes de um polinômio e suas raízes (relações de Girard) para polinômios de grau 4.	Grupos de 3 ou 4	50 minutos

Aspectos operacionais

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

Essa atividade propõe estabelecer as relações de Girard para polinômios de grau 4, dando continuidade ao material do aluno, que o faz somente as relações para polinômios de grau 3. A proposta é que você realize, em conjunto com a turma, o procedimento para se obter as relações de Girard para polinômios do quarto grau.

A seguir, apresentamos uma sequência que sugerimos que seja apresentada aos alunos a partir de uma exposição na lousa, explicando os passos como descrito a seguir:

Apresente o seguinte polinômio aos alunos.

$p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Nessa equação polinomial, é possível haver, no máximo, quatro raízes: x1, x2, x3, x4. Instigue os alunos, perguntando o porquê de a afirmação anterior estar correta. Será uma boa oportunidade para relembrar o Teorema Fundamental da Álgebra.

Depois disso, relembre com a turma o procedimento que foi feito no material do aluno.

Pergunte se eles têm alguma sugestão para determinar relações entre os coeficientes e as raízes dos polinômios de grau 4. Caso eles não tenham sugestão, fale que podemos proceder exatamente da mesma maneira!

O procedimento que se encontra no material do aluno, nada mais é que assumir x_1, x_2, x_3, x_4 como raízes de p(x), e escrevê-lo da seguinte forma.

$$p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)\ x - x_4)$$

Efetuando as multiplicações, obtemos

$$p(x) = ax^4 - a(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + a(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)x^2$$
$$-a(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4)x + a(x_1x_2x_3x_4)$$

Comparando essa escrita com $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, chegamos às relações de Girard.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = {}^{-b}\!/_{a}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = {}^{c}\!/_{a}$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = {}^{-d}\!/_{a}$$

$$x_1x_2x_3x_4 = {}^{e}\!/_{a}$$

Sugerimos que você, professor, faça essas multiplicações em conjunto com a turma e relembre que dois polinômios são iguais quando seus coeficientes para os termos de mesmo expoente o são.

Aspectos pedagógicos

Logo no início da atividade, entregue a cada um dos alunos uma cópia da folha de atividades. Apesar disso, professor, você deve sugerir que cada grupo dialogue entre si, trocando ideias para que, assim, possam resolver em conjunto as questões propostas.

Uma questão relevante deve ser destacada: na hora de apresentar o polinômio $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, destaque o fato de esse polinômio ter no máximo quatro raízes reais. Instigue os alunos, perguntando o porquê de essa afirmação estar correta. Será uma boa oportunidade para relembrar o Teorema Fundamental da Álgebra, que se encontra nas páginas 44 e 45 do material do aluno.

Se seus alunos tiverem interesse, ao final da atividade, você pode questioná-los sobre as relações, perguntando se eles saberiam determinar as relações para um polinômio de grau 5. Para isso, sugerimos que você oriente os alunos a comparem as relações dos polinômios de graus 2, 3 e 4.

Folha de atividade – Relações de Girard para Polinômios de Grau 4

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

1. Estabeleça as relações de Girard para o polinômio $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Faça todo o desenvolvimento. (Dica: Repita o mesmo desenvolvimento do material do aluno)

2. O polinômio $p(x) = 36x^4 + 12x^3 - 23x^2 - 4x + 4$ tem duas raízes duplas. Quais são elas? (Dica: use as relações de Girard)

Seção O que perguntam por aí...

Página no material do aluno

241

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de vestibular	Imagem para projeção, disponível neste material	–	Duplas	–

Aspectos operacionais

Na seção O que perguntam por aí..., do material do aluno, são apresentadas duas questões de vestibular que envolvem os conhecimentos sobre polinômios trabalhados nesta unidade. Essas questões já se encontram resolvidas no material do aluno, mas você poderá trabalhá-las a partir da projeção das imagens disponíveis no seu DVD e nesse material, de acordo com as seguintes orientações.

(EEM - SP)

1. Determine as raízes da equação x^3-3x-2=0, sabendo-se que uma delas é dupla.

Umas das raízes, determinada por tentativa é 2.

2^3-3.2-2=0

Dividindo o polinômio or (x-2) encontramos x^2+2x+1=0

x=1 é a raiz dupla.

Solução Comentada: Por tentativa, se obteve que x = 2 é raiz do polinômio dado. A partir daí, pode-se utilizar o dispositivo de Briot-Ruffini para dividir o polinômio por x-2 e assim recair num polinômio de grau 2, do qual obtêm--se facilmente as raízes - neste caso, duplas: $x_1 = x_2 = -1$

(Faap-SP)

2. Calcule os valores de a, b, e, c para que o polinômio

$p_1(x) = a(x+c)^3 + b(x+d)$ seja idêntico a $p_2(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 14$.

Sugestão: desenvolver os produtos, escrever na forma geral do polinômio e igualar os coeficientes de $p_1(x)$ com os de $p_2(x)$. Lembrando que (a+b)3 = $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Solução Comentada: Neste caso, ao desenvolvermos o produto $a(x+c)^3 + b(x+d)$, temos:

$$a(x+c)^3 + b(x+d) = a(x^3 + 3cx^2 + 3c^2x + c^3) + bx + bd = ax^3 + 3acx^2 + 3ac^2x + ac^3 + bx + bd$$
$$= ax^3 + 3acx^2 + (3ac^2 + b)x + ac^3 + bd$$

Logo, igualando termo a termo, obtemos:

$a = 1;$

$3ac = 6,\ então\ 3.1.c = 6,\ isto\ é\ c = 2;$

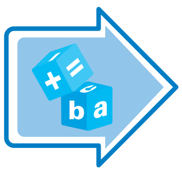
$3ac^2 + b = 15,\ então\ 3.1.2^2 + b = 15,\ isto\ é\ b = 3;$

$ac^3 + bd = 14,\ então\ 1.2^3 + 3d = 14,\ isto\ é\ d = 2$

Aspectos pedagógicos

Após a resolução destas questões em aula, você pode promover uma análise coletiva das respostas encontradas pelos alunos, com uma breve discussão a respeito dos possíveis erros cometidos. Nesta etapa, procure priorizar os erros que, no seu entendimento, forem mais comuns.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas, a serem escolhidas a critério do professor.	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado a essa unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões para os alunos, que podem complementar as que você já usa para fazer a avaliação do desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas:

- Divisão de Polinômio
- Dispositivo Prático de Briot-Ruffini
- Teorema do Resto
- Teorema Fundamental da Álgebra
- Relações de Girard

Sugerimos, também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, a serem entregues ao seu formador no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Sugerimos nesta etapa, a escolha de pelo menos uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo.

Sugestão de questões objetivas para avaliação:

Questão 1:

Os valores numéricos do quociente e do resto da divisão de $p(x) = 5x^4 - 3x^2 + 6x - 1$ por $d(x) = x^2 + x + 1$, por $x = -1$ são, respectivamente,

a. –7 e –12

b. –7 e 14

c. 7 e –14

d. 7 e –12

e. –7 e 12

Questão 2: (FUVEST 2009)

O polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$, em que a e b são números reais, tem restos 2 e 4 quando dividido por x – 2 e x - 1 respectivamente. Assim, o valor de a é:

a. -6

b. -7

c. -8

d. -9

e. -10

Questão 3:

A soma de duas raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 10x + m$ é 4. O valor de m é, então, igual a:

a. 6

b. 12

c. 18

d. 24

e. 30

Questão 4: (FGV-SP)

Seja Q(x) o quociente da divisão do polinômio $P(x) = x^6 - 1$ pelo polinômio $d(x) = x - 1$. Então:

a. Q(0) = 0

b. Q(0) < 0

c. Q(1) = 0

d. Q(– 1) = 1

e. Q(1) = 6

Questão 5: (Fuvest-SP)

Sabe-se que o produto de duas raízes da equação algébrica $2x^3 - x^2 + kx + 4 = 0$ é igual a 1. Então o valor de k é:

a. – 8

b. – 4

c. 0

d. 4

e. 8

Respostas das questões objetivas sugeridas

1.d 2.a 3.d 4.e 5.a

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

Questão 1:

Quais os valores de m e n devemos ter para que o polinômio $2x^4 - x^3 + mx^2 - nx + 2$ seja divisível por $x^2 - x - 2$?

Questão 2:

Dividindo $p(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 3$ por certo polinômio $h(x)$, obtemos o quociente $q(x) = x - 1$ e o resto $r(x) = 2x - 1$. Determine $h(x)$.

Questão 3:

Calcule o valor de a sabendo que $p(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + a$ é divisível por $h(x) = x - 1$.

Questão 4:

Resolver a equação $x^3-3x^2-x+3= 0$, sabendo-se que a soma de duas raízes é zero.

Questão 5:

Sabendo-se que 1 é a raiz da equação $x^3 - 2x^2 + ax + 6 = 0$, determinar a e as demais raízes da equação.

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

Questão 1: Usando o algoritmo da divisão (método das chaves) temos que $m = -6$ e $n = 1$

Questão 2: Utilizaremos a fórmula da divisão de polinômios, que é a seguinte:

Quando um polinômio (dividendo) é dividido por outro (divisor), o dividendo sempre será igual ao quociente, que é o resultado da divisão, multiplicando pelo divisor e somado ao resto da divisão. Assim:

DIVIDENDO = (QUOCIENTE.DIVISOR)+ RESTO

Assim sendo, temos um polinômio sendo dividido por outro, como diz o exercício. O que está sendo dividido, p(x), é o dividendo, e h(x) é o divisor. O quociente é q(x) e o resto é r(x). Para descobrir h(x), basta usar a equação acima. Substituindo, temos:

$x^3 - 4x^2 + 7x - 3 = [(x - 1).h(x)] + 2x - 1$

Primeiro, passaremos o resto, que soma no lado direito, para o outro lado subtraindo. Ficaria:

$x^3 - 4x^2 + 7x - 3 - 2x + 1 = (x - 1).h(x)$

$x^3 - 4x2 + 5x - 2 = (x - 1)h(x)$

Para descobrir o valor de h(x), precisamos passar (x-1), que está multiplicando, para o outro lado da equação, mas dividindo. Portanto, teríamos:

$$\frac{\left(x^3 - 4x^2 + 5x - 2\right)}{x - 1} = h(x)$$

Agora, para descobrir h(x), basta resolver a divisão de polinômios. Essa divisão de polinômios pode ser resolvida por Briot-Ruffini ou Método Euclidiano (das chaves).

$h(x) = x^2 - 3 + 2$

Questão 3: Quando um polinômio é divisível por outro, sabemos que o resto dessa divisão é igual a zero (Teorema de D'Alembert). Também sabemos, pelo Teorema do Resto, que, ao substituir a raiz do divisor (igualando o divisor a zero e descobrindo x) no dividendo (substituindo o valor descoberto no lugar de x), o resultado precisa ser o resto da divisão.

Como o polinômio é divisível, já sabemos que o resto é igual a zero. Portanto, ao substituir a raiz do divisor, no caso x = 1, em p(x), o valor de p(x) para x = 1, ou seja, p(1), tem que valer zero. Assim, fica fácil descobrir o valor de a.

Descobrindo a raiz do divisor:

$0 = x - 1$

$x = 1$

Substituindo no dividendo:

$p(1) = 2.1^3 + 4.^{12} - 5.1 + a$

Sabemos que o resto vale zero, então p(1) pode ser igualada a zero.

$0 = 2 + 4 - 5 + a$

$0 = 1 + a$

$a = -1$

Questão 4: Usando as relações de Girard encontramos que 3 é uma de suas raízes, novamente utilizando Girard encontramos que as outras raízes são 1 e -1.

Questão 5: a = -5 e as demais raízes, usando o teorema fundamental da álgebra, serão -2 e 3.

Folha de atividade – Avaliação - Etapa 1

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Momento de Reflexão

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na unidade 8 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo dessa unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder as questões a seguir.

Questão 1:

Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

Questão 2:

Dê um exemplo de uma aplicação dos conhecimentos aqui estudados.

Questão 3:(FEI – SP):

Sendo $p(x) = ax^4 + bx^3 + c$ e $q(x) = ax^3 - bx - c$, determine os coeficientes a, b e c, sabendo que $p(0) = 0$, $p(1) = 0$ e $q(1) = 2$.

Questão 4:

Os polinômios $P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$ e $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$ são divisíveis por:

a. $5x^2 - 2x - 24$

b. $x^2 - x - 6$

c. $x^2 + x - 6$

d. x

e. x - 3

Questão 5: (UEL):

Se o resto da divisão do polinômio $p(x) = x^4 - 4x^3 - kx - 75$ por $(x - 5)$ é 10, o valor de k é:

a. -5

b. -4

c. 5

d. 6

e. 8

Respostas Comentadas da Folha de Atividades – Avaliação – Etapa 1:

Questão 1: Aprendemos um pouco mais sobre a teoria de polinômios, destacando como dividimos polinômios, aprendemos o teorema do resto (Teorema de D'Alembert), o dispositivo de Briot-Ruffini, o Teorema Fundamental da Álgebra e as Relações de Girard.

Questão 2: Os polinômios são usados para descrever curvas de diversos tipos. Poderão citar exemplos das funções polinomiais utilizadas na Física, os polinômios e equações polinomiais das construções de embalagens etc.

Questão 3:

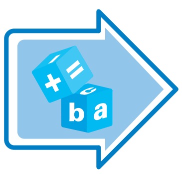
$$
\begin{aligned}
&p(0) = 0 \rightarrow a.0^4 + b.0^3 + c = 0 \rightarrow c = 0 \\
&p(1) = 0 \rightarrow a.1^4 + b.1^3 + 0 = 0 \rightarrow a + b = 0 \\
&q(1) = 2 \rightarrow a.1^3 - b.1 - 0 = 2 \rightarrow a - b = 2 \\
&\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 2 \end{cases} \\
&2a = 2 \\
&a = 1 \\
&Daí, \\
&a + b = 0 \\
&1 + b = 0 \\
&b = -1 \\
&Temos\ que\ a = 1,\ b = -1\ e\ c = 0.
\end{aligned}
$$

Questão 4: Letra c

Os alunos poderão usar várias estratégias para resolver esse problema, como o método das chaves, Briot-Ruffini e até o teorema do resto, nas letras d e e. Para enriquecer a atividade, discuta essas possibilidades na hora de comentar a resolução da questão.

Questão 5: Letra e

Atividade Complementar

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios Complementares	Folha de atividades	Essa atividade propõe alguns exercícios que podem auxiliar na fixação das principais noções ligadas à ideia de polinômio.	Duplas ou trios	–

Aspectos operacionais

Peça que os seus alunos se organizem em duplas ou em trios. Mas procure distribuir uma folha de atividades para cada um, para que todos possam ficar com uma cópia do material, tornando-o mais uma fonte de consulta.

Escolha previamente os exercícios que melhor se adequam à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos nesta unidade.

Depois de os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas, valorizando cada estratégia, mesmo que esta não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção, pois isso pode podem favorecer o desenvolvimento da autonomia deles no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

Aspectos pedagógicos

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação de algumas das noções trabalhadas ao longo dessa unidade, como os métodos de Divisão de Polinômios, o Dispositivo Prático de Briot-Ruffini, os Teoremas do Resto e de D'Alembert, além do Teorema Fundamental da Álgebra e d as Relações de Girard.

Esses exercícios foram dispostos em uma folha de atividades, que se encontra disponível para reprodução no seu material multimídia e poderá ser aplicada tanto de forma fracionada, ao término de cada seção do material do aluno, quanto de uma só vez, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados.

Não é necessária a aplicação da totalidade dos exercícios. Apenas selecione os que julgar mais adequados ao ritmo de aprendizagem e características particulares de sua turma.

Folha de atividades – Exercícios Complementares

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Questão 1.

Escreva o polinômio de menor grau possível, de raízes 1, 2 e –3, tal que P(0) = 12.

Questão 2. (UFRJ)

O polinômio P(x) = x3 - 2x2 - 5x + d, d $\in$ R, é divisível por (x - 2).

a. Determine d.

b. Calcule as raízes da equação P(x) = 0.

Questão 3. (UFF)

Ao se dividir o polinômio P (x) por D(x)= x–2 obteve-se quociente $Q(x) = x^4 + 2x^2 + x + 1$ e resto 8, determine P(x).

Questão 4. (PUC-RS)

Se a equação $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = 0$ admite a raiz 5, a soma das outras duas raízes é:

a. 0 b. –3 c. –2 d. 2 e. 3

Questão 5. (PUC-RS)

O polinômio p(x) é tal que $p(x - 2) = x^2$. Então p(x) é igual a:

a. $4x^2 - 4x$ b. x2 + 2x c. $x^2 + 4x + 4$ d.$x^2 - 4x + 4$ e. - 2x + 4

Questão 6. (PUC-RS)

Dividindo o polinômio p (x) = $x^n + x^{n-1} + ... + x + 1$ por $(x - m)$, $(x - r)$ ou $(x - s)$ com m, r, s todos distintos, obtemos sempre resto zero. É correto afirmar que n é:

a. maior que 3 b. maior ou igual a 3 c. igual a 2. d. igual a 1 e. igual a zero.

Questão 7. (PUC-RS)

Dividindo-se $P(x)= - x^4 + x^2 +2x$ por um polinômio D(x), obtém-se o quociente $Q(x)= - x^2 + 2x - 1$ e o resto R = 2. Nestas condições, o valor numérico de D(x) para x = -1 é:

a. 4 b. 3 c. 2,5 d. 2 e. 1

Questão 8. (PUC-RS)

Sabendo que –1 é raiz do polinômio $P(x)= - x^3 + x^2 + x + a$, o produto das outras raízes é igual a:

a. –2 b. –1 c. 0 d. 1 e. 2

Questão 9. (Cesgranrio)

Se $x^{13} + 1$ é dividido por $x - 1$, o resto é:

a. 1 b. – 1 c. 0 d. 2 e. 13

Questão 10. (UFRGS)

A divisão de p(x) por $x^2 + 1$ tem quociente $x - 2$ e resto 1. O polinômio p(x) é:

a. $x^2 + x - 1$ b. $x^2 + x + 1$ c. $x^2 + x$ d. $x^3 - 2x^2 + x - 2$ e. $x^3 - 2x^2 + x - 1$

Questão 11. (PUC)

O resto da divisão de $x^4 - 8x^3 +4x^2 + 15x + 6$ por x - 2 é:

a. 3 b. 4 c. 7 d 5 e. 6

Questão 12. (UNIFICADO)

Se o polinômio $P(x) = 2x^3 - 4x + a$ é divisível por $D(x) = x - 2$, o valor de a é:

a. – 8 b. – 6 c. – 4 d. – 2 e. 2

Questão 13. (F. C. CHAGAS)

Seja $g = x^3 + 3x^2 + m$, onde $m \in R$, um polinômio divisível por $x - 1$. É correto afirmar que o polinômio g admite:

a. três raízes reais iguais

b. três raízes reais distintas entre si

c. duas raízes reais opostas

d. duas raízes reais iguais

e. apenas uma raiz real

Questão 14. (FGV – SP)

A soma e o produto das raízes da equação $x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 6 = 0$, são respectivamente:

a. – 5 e 6 b. 5 e – 6 c. 3 e 4 d. 1 e 6 e. 4 e 3

15. (F. C. CHAGAS)

Uma possível raiz racional da equação $6x^3 - 13x^2 + 2x + 4 = 0$ é:

a. $-\frac{4}{3}$ b. $-\frac{3}{2}$ c. $\frac{3}{4}$ d. 3 e. 6

Respostas – Exercícios Complementares

1. $2x^3 - 14x + 12$
2. a. 10 b. $2, -\sqrt{5}, \sqrt{5}$
3. $x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 - x + 6$

4. B
5. C
6. B
7. E
8. D
9. D
10. E
11. E
12. A
13. D
14. B
15. A