

Formação Continuada Nova Eja

Matemática Nova Eja- Módulo 1

2º Bimestre/ 2014

PLANO DE AÇÃO 1

Áreas de Figuras Planas

Nome: Walter Campos

Tutor: Adriana Muniz da Silva Lemos

Regional: Noroeste Fluminense

Sumário

1 - INTRODUÇÃO03
2 - DESENVOLVIMENTO	04
3 - MATERIAL DE APOIO	18
4 - VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO	19
5 – BIBLIOGRAFIA.....	19

1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam, através de assuntos do cotidiano, a utilização da Matemática para resolução de problemas. Transmitir o conhecimento sobre o conteúdo denominado “Áreas de Figuras Planas” fazendo, sempre que possível, com que os próprios alunos construam o conhecimento e enriqueçam sua “bagagem” através de atividades diferenciadas e exercícios práticos.

Além da ficha resumo, foi utilizada atividades diferenciadas que estimula o raciocínio do aluno e auxilia o mesmo na compreensão do conteúdo.

O material escolhido no plano de ação é um material que expressa os conteúdos de forma clara e inteligível buscando sempre auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo, com o objetivo de facilitar o seu aprendizado.

É comum a dificuldade por parte de muitos alunos concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico. Por isso, é extremamente importante mostrar em quais áreas da vida e/ou profissões o tema estudado é utilizado e mostrar que eles têm capacidade de aprender e não simplesmente “gravar” como se faz isso ou aquilo. Basta ter um pouquinho de boa vontade.

O assunto exige conhecimentos sobre geometria plana. Por isso, faz-se necessário revisar alguns temas ao longo do caminho, como por exemplo, definição de ponto, reta, plano e suas propriedades.

2 - DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1: Área de Figuras Planas

- **Habilidade Relacionada:** calcular áreas de figuras planas.
- **Pré-requisitos:** ter noção básica de geometria plana.
- **Tempo de duração:** 400 minutos – Unidade 7
- **Recursos Educacionais Utilizados:** apostila, quadro e caneta, material para experimentos, RESUMO/EXPLICAÇÕES .
- **Organização da Turma:** individual para a apresentação do conteúdo e dupla para realização dos exercícios de fixação.
- **Objetivos:** identificar expressões utilizadas para indicar a área de figuras planas; deduzir e utilizar fórmulas para calcular áreas de superfícies planas e aplicá-las na resolução de problemas.
- **Metodologia Adotada:** introduzir o tema mostrando o objetivo dos estudos que estão por vir.. Através da ficha resumo disponibilizada para os alunos explicar o significado de áreas de figuras planas mostrando para o aluno como calcular áreas por meio de fórmulas e aplicá-las na resolução de situações problemas do dia a dia. Além desta ficha disponibilizamos experimentos como aulas práticas relacionadas com o conteúdo que vai auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo.

FICHA RESUMO

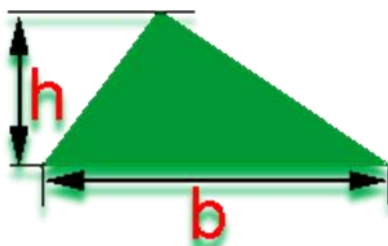
Unidade 7 – Áreas de Figuras Planas

O estudo da área de figuras planas está ligado aos conceitos relacionados à Geometria Euclidiana, que surgiu na Grécia antiga embasada no estudo do ponto, da reta e do plano. No mundo em que vivemos, existem inúmeras formas planas existentes, que são construídas a partir dos elementos básicos citados anteriormente. Desde a antiguidade, o homem necessitou determinar a medida da superfície de áreas, com o objetivo voltado para a plantação e a construção de moradias. Dessa forma, ele observou uma melhor organização na ocupação do terreno. Atualmente, o processo de expansão ocupacional utiliza os mesmos princípios criados nos séculos anteriores. A diferença é que hoje as medidas são padronizadas de acordo com o Sistema Internacional de Medidas. Dentre as medidas de área existentes temos:

km²: quilômetro quadrado
hm²: hectômetro quadrado
dam²: decâmetro quadrado
m²: metro quadrado
dm²: decímetro quadrado
cm²: centímetro quadrado
mm²: milímetro quadrado

Uma área com 1 km² equivale a uma região quadrada com lados medindo 1 km e para as outras medidas segue-se o mesmo raciocínio. De acordo com o Sistema de Medidas, a unidade padrão para a representação de áreas é o m² (metro quadrado). Utiliza-se o km² em situações relacionadas à medição de áreas de cidades, estados, países, continentes, etc.

Cálculo da Área do Triângulo



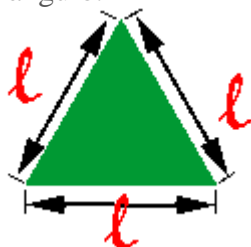
Denominamos de **triângulo** a um polígono de três lados.

Observe a figura ao lado. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base.

A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo.



No caso do triângulo equilátero, que possui os três ângulos internos iguais, assim como os seus três lados, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

Onde **l** representa a medida dos lados do triângulo.

Exemplos

► A medida da base de um triângulo é de 7 cm, visto que a medida da sua altura é de 3,5 cm, qual é a área deste triângulo?

Do enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 3,5 \\ b = 7 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{7 \cdot 3,5}{2} \Rightarrow S = 12,25$$

● A área deste triângulo é 12,25 cm².

► Os lados de um triângulo equilátero medem 5 mm. Qual é a área deste triângulo equilátero?

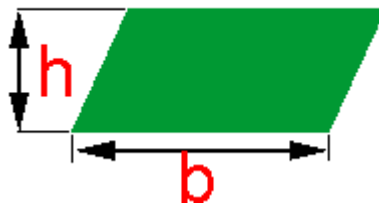
Segundo o enunciado temos:

$$l = 5$$

Substituindo na fórmula:

● A área deste triângulo equilátero é de aproximadamente 10,8 mm².

Cálculo da Área do Paralelogramo



Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado **paralelogramo**.

Com **h** representando a medida da sua altura e com **b** representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se **b** por **h**, tal como na fórmula abaixo:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

► A medida da base de um paralelogramo é de 5,2 dm, sendo que a medida da altura é de 1,5 dm. Qual é a área deste polígono?

Segundo o enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 1,5 \\ b = 5,2 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5,2 \cdot 1,5 \Rightarrow S = 7,8$$

● A área deste polígono é 7,8 dm².

► Qual é a medida da área de um paralelogramo cujas medidas da altura e da base são respectivamente 10 cm e 2 dm?

Sabemos que **2 dm** equivalem a **20 cm**, temos:

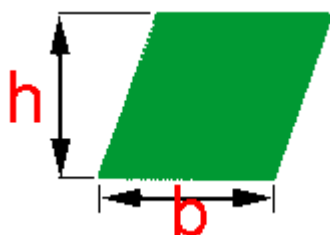
$$\begin{cases} h = 10 \\ b = 20 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

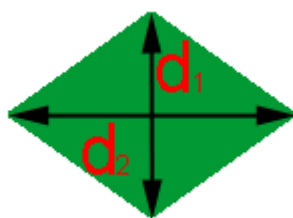
$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 20 \cdot 10 \Rightarrow S = 200$$

● A medida da área deste paralelogramo é 200 cm^2 ou 2 dm^2 .

Cálculo da Área do Losango



O **losango** é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais. Se você dispuser do valor das medidas **h** e **b**, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango. Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.



Observe na figura à direita, que a partir das diagonais podemos dividir o losango em quatro triângulos iguais. Consideremos a base **b** como a metade da diagonal **d₁** e a altura **h** como a metade da diagonal **d₂**, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango. Vejamos:

$$S = \frac{\frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2}}{2} \cdot 4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Exemplos

► As diagonais de um losango medem 10 cm e 15 cm. Qual é a medida da sua superfície?

Para o cálculo da superfície utilizaremos a fórmula que envolve as diagonais, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} d1 = 10 \\ d2 = 15 \end{cases}$$

Utilizando na fórmula temos:

● A medida da superfície deste losango é de 75 cm^2

► Qual é a medida da área de um losango cuja base mede 12 cm e cuja altura seja de 9 cm?

Neste caso, para o cálculo da área utilizaremos a fórmula do paralelogramo, onde utilizamos a base e a altura da figura geométrica, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} b = 12 \\ h = 9 \end{cases}$$

Segundo a fórmula temos:

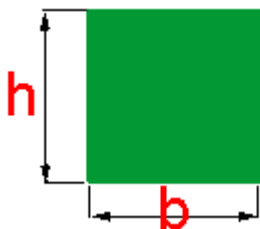
$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 12 \cdot 9 \Rightarrow S = 108$$

● A medida da área do losango é de 108 cm^2 .

Cálculo da Área do Quadrado

Todo **quadrado** é também um losango, mas nem todo **losango** vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado. O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a 90° . Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais.

Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.

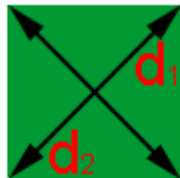


Quando dispomos da medida do lado do quadrado, podemos utilizar a fórmula do paralelogramo:

$$S = b \cdot h$$

Como **h** e **b** possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:

$$S = l^2$$



Quando dispomos da medida das diagonais do quadrado, podemos utilizar a fórmula do losango:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Como ambas as diagonais são idênticas, podemos substituí-las por **d**, simplificando a fórmula para:

$$S = \frac{d^2}{2}$$

Exemplos

► A lateral da tampa quadrada de uma caixa mede 17 cm. Qual a superfície desta tampa?

Do enunciado temos que a variável **l** é igual a **17**:

$$l = 17$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 17^2 \Rightarrow S = 289$$

● Portanto a superfície da tampa desta caixa é de 289 cm².

► A medida do lado de um quadrado é de 20 cm. Qual é a sua área?

Como o lado mede **20** cm, temos:

$$l = 20$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 20^2 \Rightarrow S = 400$$

● A área do quadrado é de 400 cm².

► A área de um quadrado é igual a 196 cm². Qual a medida do lado deste quadrado?

Temos que **S** é igual a **196**.

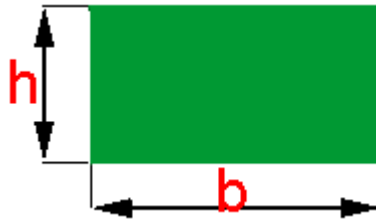
$$S = 196$$

Utilizando a fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow 196 = l^2 \Rightarrow l = \pm\sqrt{196} \Rightarrow l = \pm 14$$

● Como a medida do lado não pode ser negativa, temos que o lado do quadrado mede 14 cm.

Cálculo da Área do Retângulo



Por definição o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todos os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais. Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado. Por ser o retângulo um paralelogramo, o cálculo da sua área é realizado da mesma forma. Se denominarmos as medidas dos lados de um retângulo como na figura ao lado, teremos a seguinte fórmula:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

► Um terreno mede 5 metros de largura por 25 metros de comprimento. Qual é a área deste terreno?

Atribuindo **5** à variável **h** e **25** à variável **b** temos:

$$\begin{cases} h = 5 \\ b = 25 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 25 \cdot 5 \Rightarrow S = 125$$

● A área deste terreno é de 125 m².

► A tampa de uma caixa de sapatos tem as dimensões 30 cm por 15 cm. Qual a área desta tampa?

Podemos atribuir **15** à variável **h** e **30** à variável **b**:

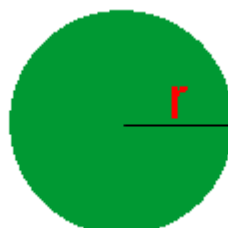
$$\begin{cases} h = 15 \\ b = 30 \end{cases}$$

Ao substituírmos as variáveis na fórmula teremos:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 30 \cdot 15 \Rightarrow S = 450$$

● Portanto a área da tampa da caixa de sapatos é de 450 cm².

Cálculo da Área do Círculo



A divisão do perímetro de uma circunferência, pelo seu diâmetro resultará sempre no mesmo valor, qualquer que seja circunferência. Este valor irracional constante é representado pela letra grega minúscula **pi**, grafada como: π . Por ser um número irracional, o número **pi** possui infinitas casas decimais. Para cálculos corriqueiros, podemos utilizar o valor **3,14159265**. Para cálculos com menos precisão, podemos utilizar **3,1416**, ou até mesmo **3,14**.

O perímetro de uma circunferência é obtido através da fórmula:

$$P = 2\pi r$$

O cálculo da área do círculo é realizado segundo a fórmula abaixo:

$$S = \pi \cdot r^2$$

Onde **r** representa o raio do círculo.

Exemplos

► A lente de uma lupa tem 10 cm de diâmetro. Qual é a área da lente desta lupa?

Como informado no enunciado, o diâmetro da circunferência da lupa é igual a 10 cm, o que nos leva a concluir que o seu raio é igual a 5 cm, que corresponde à metade deste valor:

$$r = 5$$

Substituindo-o na fórmula:

● A área da lente da lupa é de 78,54 cm².

► Um círculo tem raio de 8,52 mm. Quantos milímetros quadrados ele possui de superfície?

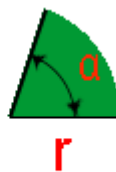
Do enunciado, temos que o valor do raio **r** é:

$$r = 8,52$$

Ao substituirmos valor de **r** na fórmula teremos:

● A superfície do círculo é de 228,05 mm².

Cálculo da Área de Setores Circulares



O cálculo da área de um setor circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e depois se montando uma regra de três, onde a área total do círculo estará para 360°, assim como a área do setor estará para o número de graus do setor. Sendo **S** a área total do círculo, **S_α** a área do setor circular e **α** o seu número de graus, temos:

$$\frac{S}{360} = \frac{S_{\alpha}}{\alpha}$$

Em radianos temos:

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{S_{\alpha}}{\alpha}$$

A partir destas sentenças podemos chegar a esta fórmula em graus:

$$S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

E a esta outra em radianos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$$

Onde **r** representa o raio do círculo referente ao setor e **α** é o ângulo também referente ao setor.

Exemplos

► Qual é a área de um setor circular com ângulo de 30° e raio de 12 cm?

Aplicando a fórmula em graus temos:

● A área do setor circular é de 37,6992 cm².

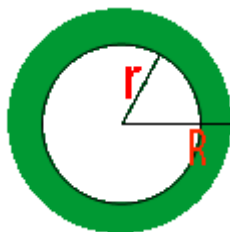
► Qual é a superfície de um setor circular com ângulo de 0,5 rad e raio de 8 mm?

Aplicando a fórmula em radianos temos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2} \Rightarrow S = \frac{8^2 \cdot 0,5}{2} \Rightarrow S = 16$$

● A superfície do setor circular é de 16 mm².

Cálculo da Área de Coroas Circulares



O cálculo da área de uma coroa circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e subtraindo-se desta, a área do círculo inscrito. Podemos também utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

Onde **R** representa o raio do círculo e **r** representa o raio do círculo inscrito.

Exemplos

► Qual é a área de uma coroa circular com raio de 20 cm e largura de 5 cm?

Se a largura é de 5 cm, significa que **r = 20 - 5 = 15**, substituindo na fórmula temos:

● A área da coroa circular é de 549,78 cm².

► Qual é a superfície de uma coroa circular com **r = 17** e **R = 34**?

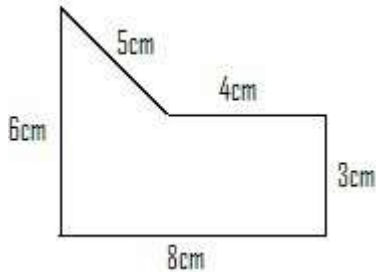
Aplicando a fórmula em temos:

● A superfície desta coroa circular é 2723,7672.

Exercícios de Fixação

1) (PUC-RIO 2008)

A área da figura abaixo é:



- A) ☐ 24 cm²
- B) ☐ 30 cm²
- C) ☐ 33 cm²
- D) ☐ 36 cm²
- E) ☒ 48 cm²

2) (PUC-RIO 2008)

Um festival foi realizado num campo de 240 m por 45 m. Sabendo que por cada 2 m² havia, em média, 7 pessoas, quantas pessoas havia no festival?

- A) ☐ 42.007
- B) ☐ 41.932
- C) ☐ 37.800
- D) ☐ 24.045
- E) ☐ 10.000
-

3) (PUC-RIO 2007)

A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 10 cm e o perímetro mede 22 cm. A área do triângulo (em cm^2) é:

- A) ☐ 50
- B) ☐ 4
- C) ☐ 11
- D) ☐ 15
- E) ☐ 7

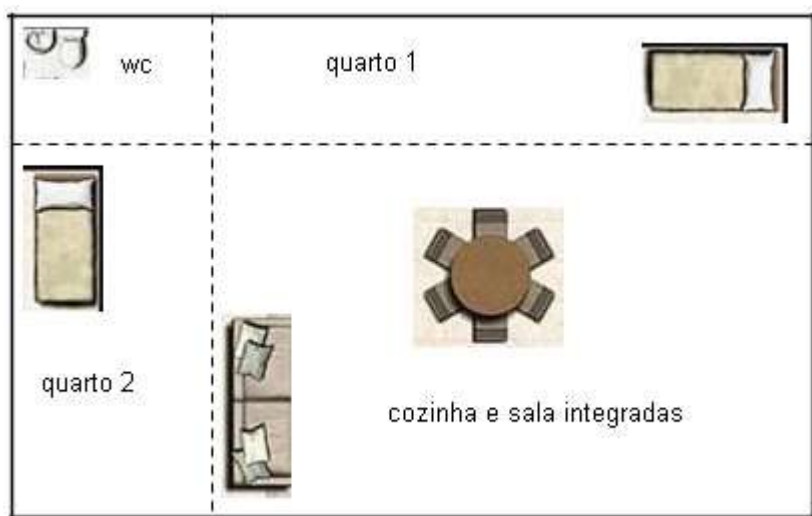
4) (PUC-RIO 2007)

Num retângulo de perímetro 60, a base é duas vezes a altura. Então a área é:

- A) ☐ 200
- B) ☐ 300
- C) ☐ 100
- D) ☐ 50
- E) ☐ 30

5) (UDESC 2010)

O projeto de uma casa é apresentado em forma retangular e dividido em quatro cômodos, também retangulares, conforme ilustra a figura.

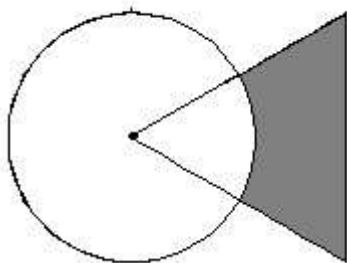


Sabendo que a área do banheiro (wc) é igual a 3m^2 e que as áreas dos quartos 1 e 2 são, respectivamente, 9m^2 e 8m^2 , então a área total do projeto desta casa, em metros quadrados, é igual a:

- A) ☐ 24
- B) ☐ 32
- C) ☐ 44
- D) ☐ 72
- E) ☐ 56

6) : (UDESC 2009)

Uma circunferência intercepta um triângulo equilátero nos pontos médios de dois de seus lados, conforme mostra a figura, sendo que um dos vértices do triângulo é o centro da circunferência.

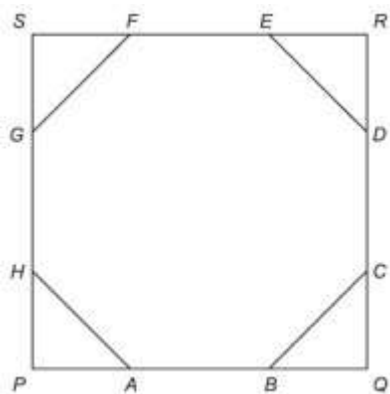


Se o lado do triângulo mede 6 cm, a área da região destacada na figura é:

- A) ☐ $9(2\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) \text{ cm}^2$
- B) ☐ $9(\sqrt{3} - \frac{\pi}{18}) \text{ cm}^2$
- C) ☐ $9(\sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$
- D) ☐ $9(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}) \text{ cm}^2$
- E) ☐ $9(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) \text{ cm}^2$

Exercício 8: (UFMG 2008)

O octógono regular de vértices ABCDEFGH, cujos lados medem 1 dm cada um, está inscrito no quadrado de vértices PQRS, conforme mostrado nesta figura:

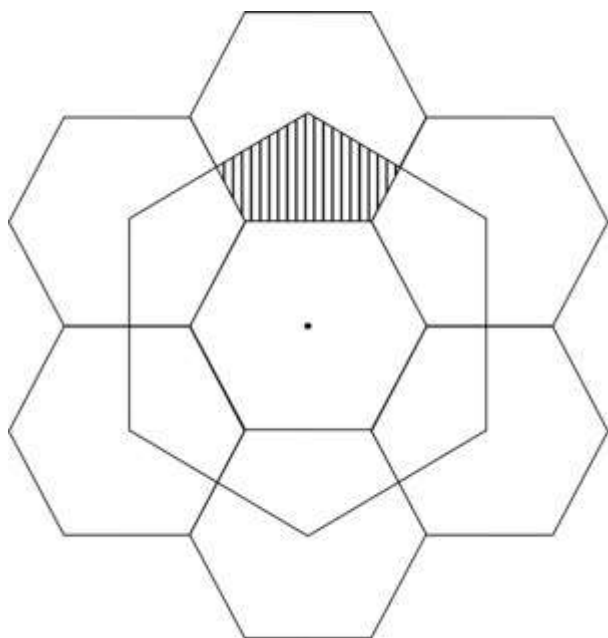


Então, é CORRETO afirmar que a área do quadrado PQRS é:

- A) ☐ $1 + 2\sqrt{2} \text{ dm}^2$
- B) ☐ $1 + \sqrt{2} \text{ dm}^2$
- C) ☐ $3 + 2\sqrt{2} \text{ dm}^2$
- D) ☐ $3 + \sqrt{2} \text{ dm}^2$

7) : (FUVEST 2009)

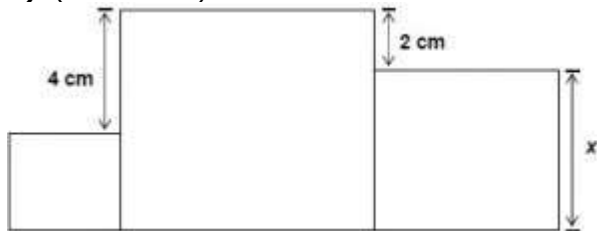
A figura representa sete hexágonos regulares de lado 1 e um hexágono maior, cujos vértices coincidem com os centros de seis dos hexágonos menores. Então, a área do pentágono hachurado é igual a:



- A) ☐ $3\sqrt{3}$
- B) ☐ $2\sqrt{3}$
- C) ☐ $(3\sqrt{3})/2$

- D) ☐ $\sqrt{3}$
- E) ☐ $(\sqrt{3})/2$
-

8) (UFPR 2010)



A soma das áreas dos três quadrados ao lado é igual a 83 cm^2 .

Qual é a área do quadrado maior?

- A) ☐ 36 cm^2
- B) ☐ 20 cm^2
- C) ☐ 49 cm^2
- D) ☐ 42 cm^2
- E) ☐ 64 cm^2
-

9) : (UFSC 2011)

Um ciclista costuma dar 30 voltas completas por dia no quarteirão quadrado onde mora, cuja área é de 102400 m^2 . Então, a distância que ele pedala por dia é de:

- A) ☐ 19200 m
- B) ☐ 9600 m
- C) ☐ 38400 m
- D) ☐ 10240 m
- E) ☐ 320 m
-

ATIVIDADE 2: Experimentos

1) Ilusão de Ótica

- ✓ **Descrição Sucinta:** Nessa atividade, o aluno será estimulado a se concentrar na percepção da unidade de referência como elemento determinante no cálculo e na comparação de duas áreas.
- ✓ **Divisão da Turma:** turma dividida em duplas.
- ✓ **Tempo Estimado:** 30 minutos.

2) Quebra-Cabeça

- ✓ **Descrição Sucinta:** Nessa atividade, os alunos serão desafiados a montar um quebra-cabeça e a comparar as áreas das figuras construídas.
- ✓ **Divisão da Turma:** turma dividida em grupos de 4 pessoas.
- ✓ **Tempo Estimado:** 20 minutos.

3 – MATERIAL DE APOIO

- ✓ Figuras Planas. Material do Aluno: Conteúdo da Unidades 7 – Áreas de
- ✓ professor.. Material do Professor: Unidades 7 do material do
- ✓ Sites:
 - InfoEscola. Disponível :<www.infoescola.com> Acesso em 12/05/2014.
 - Brasil Escola. Disponível em <www.brasilecola.com.br> Acesso em 12/05/2104.
 - Mundo Educação . Disponível em <www.mundoeducacao.com.br> Acesso em 12/05/2104.

4 – VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

No decorrer do desenvolvimento das atividades, o professor poderá analisar até que ponto os alunos integraram e deram sentido as informações, através das aulas práticas, dos Exercícios de Fixação realizados ao longo das aulas. Propor um trabalho em equipe (dois tempos de 50 minutos cada para organização e apresentação dos grupos), conforme o seguinte:

- separar a turma em grupos de cinco alunos, sortear dentre 10 questões de um livro (ainda não realizadas em sala), uma para cada grupo;
- definir a pontuação da atividade e um dia para realização do trabalho e indicar sites que contenham problemas com resoluções detalhadas para que os alunos possam ampliar ainda mais seus conhecimentos sobre o assunto;
- cada grupo deve solucionar seu problema e escolher um ou dois integrantes para apresentar a resolução detalhada no quadro para os demais alunos da turma na data marcada e na ordem já definida pelo professor;

Também é importante a aplicação de avaliação individual e escrita com duração de 100 minutos para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos de áreas de figuras planas.

5 – BIBLIOGRAFIA

- ✓ MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO, Vol. Único / Kátia Stocco Smole & Maria Diniz – 6ª Edição – São Paulo: Editora Saraiva 2010.
- ✓ Mundo Educação: Disponível em: <www.mundoeducacao.com.br> Acesso em 12/05/2014.
- ✓ InfoEscola. Disponível em: <www.infoescola.com> Acesso em 12/05/2014.
- ✓ Brasil Escola. Disponível em <www.brasilecola.com.br> Acesso em 12/05/2014.