

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Matemática 2º Ano – 2º Bimestre/2013

Plano de Trabalho 1

**Regularidades numéricas:
sequências e Matemática financeira**

Cursista: Izabel Leal Vieira

Tutor: Cláudio Rocha de Jesus

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	03
DESENVOLVIMENTO	04
AVALIAÇÃO	28
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	29

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por finalidade trabalhar com o aluno regularidades numéricas: sequência e matemática financeira, auxiliando o mesmo a perceber a utilização deste conteúdo em situações do cotidiano.

Este plano de trabalho será iniciado com a definição de sucessão ou sequência e serão apresentadas algumas sucessões para que o aluno descubra o padrão e alguns de seus termos. Também serão trabalhadas sequências especiais: progressão aritmética (P.A.) e progressão geométrica (P.G.). Vamos também trabalhar matemática financeira.

É importante que o aluno perceba a aplicação do conteúdo em situações cotidianas, em que ele possa compreender que sua utilização pode ser dada fora do ambiente da sala de aula. Com isso seu aprendizado pode se dá de forma mais rápida e eficaz. Por isso é necessário utilizar questões que mostre essa aplicabilidade ao aluno.

Para trabalhar o conteúdo serão necessários 11 tempos de 50 minutos para o desenvolvimento dos conteúdos e mais 2 tempos de 50 minutos para a atividade de avaliação da aprendizagem (além da avaliação que será feita no momento da aula, durante a realização das atividades).

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

HABILIDADE RELACIONADA: Identificar sequências numéricas e obter a expressão algébrica do seu termo geral. Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos.

PRÉ-REQUISITOS: Operações Fundamentais (soma, subtração, multiplicação, divisão)

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, quadro, livro didático.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas, para que possam trabalhar em conjunto.

OBJETIVOS: Identificação de regularidades numéricas. Associação entre sequências numéricas e a expressão algébrica de seu termo geral.

METODOLOGIA ADOTADA:

→ Vamos iniciar trabalhando o roteiro *Revisitando Regularidades Numéricas* (páginas 3, 4 e 5).

Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=73>

Em seguida:

SUCESSÃO OU SEQUÊNCIA

Definição → **Sucessão** ou **sequência** é todo conjunto em que consideramos os elementos dispostos em certa ordem.

Exemplos:

- O conjunto ordenado (janeiro, fevereiro, março, ..., dezembro) é chamado sequência ou sucessão dos meses do ano.
- O conjunto ordenado (0, 2, 4, 6, 8 ...) é chamado sequência ou sucessão dos números naturais pares.

Sequência numérica

Se os elementos da sequência forem números reais, a sequência é denominada **sequência numérica**.

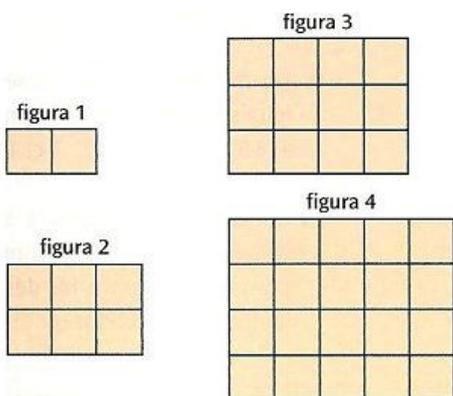
Sequência numérica é todo conjunto de números dispostos numa certa ordem.

Uma sequência numérica pode ser **finita** ou **infinita**.

- Exemplos:
- (2, 5, 8, 11, 14) é uma sequência finita.
 - (-3, 4, 8, 10, ...) é uma sequência infinita)

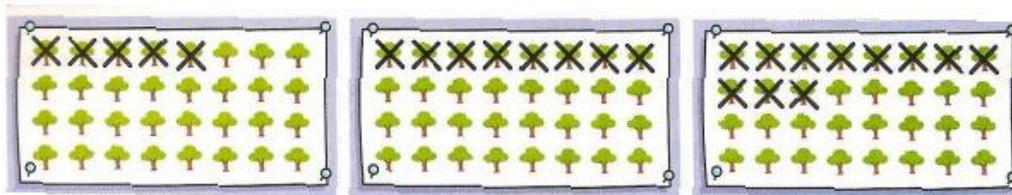
Resolva as questões a seguir.

1) Observe a sequência de figuras:



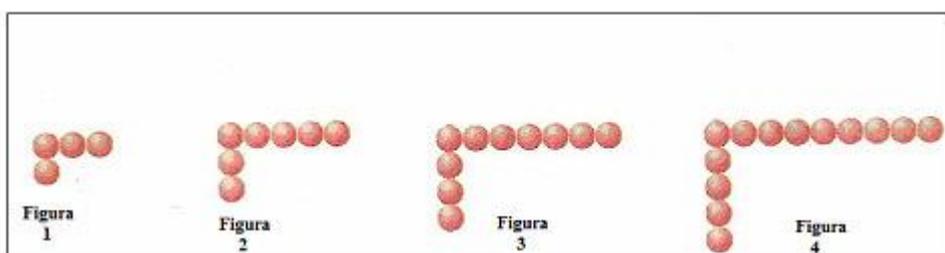
Continuando com esse padrão, quantos quadrinhos haverá na figura 6?

2) (CEETEPS-SP) Nas figuras, cada X representa uma árvore que está sendo cortada de forma predatória, a cada dia, conforme a sequência apresentada.



No sétimo dia, mantida a sequência, qual será o número de árvores cortadas?

3) Observe a sequência de figuras:



Continuando com esse padrão, quantas bolinhas haverá na figura 6?

4) João escreveu vários números. Os cinco primeiros números que ele escreveu foram: 1, 3, 4, 7 e 11. Qual será o próximo número?

5) Qual será o próximo número na sequência: 12, 24, 48, 96?

Representação de uma sucessão

A representação matemática de uma sucessão é: $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n)$, em que:

- a_1 é o primeiro termo (lê-se: a índice 1);
- a_2 é o segundo termo (lê-se a índice 2);
- ⋮
- a_n é o enésimo termos (lê-se a índice n).

Exemplo: Dada a sequência (2, 5, 9, 14, 20, 27) calcular:

a) a_4

Resolução:

a) a_4 é o quarto termo; logo, $a_4 = 14$.

b) $a_1 - 2 \cdot a_5$

b) $a_1 - 2 \cdot a_5 = 2 - 2 \cdot 20 = 2 - 40 = -38$.

Determinação de uma sucessão

Em Matemática, expressões algébricas que caracterizam sequências numéricas são chamadas de *termo geral da sequência*.

Exemplos:

1º exemplo) Escrever a sucessão em que $a_n = 2n$ e $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Resolução: para $n = 1$, temos: $a_1 = 2 \cdot 1 = 2$

para $n = 2$, temos: $a_2 = 2 \cdot 2 = 4$

para $n = 3$, temos: $a_3 = 2 \cdot 3 = 6$

para $n = 4$, temos: $a_4 = 2 \cdot 4 = 8$

para $n = 5$, temos: $a_5 = 2 \cdot 5 = 10$

A sucessão procurada é (2, 4, 6, 8, 10)

2º exemplo) Achar os quatro primeiros termos da sequência dada por: $a_1 = 3$ e $a_{n+1} = a_n + 5$ e $n \in \mathbb{N}^*$.

Resolução: $a_1 = 3$

$n = 1 \rightarrow a_{1+1} = a_1 + 5 \rightarrow a_2 = 3 + 5 = 8$

$n = 2 \rightarrow a_{2+1} = a_2 + 5 \rightarrow a_3 = 8 + 5 = 13$

$n = 3 \rightarrow a_{3+1} = a_3 + 5 \rightarrow a_4 = 13 + 5 = 18$

$n = 4 \rightarrow a_{4+1} = a_4 + 5 \rightarrow a_5 = 18 + 5 = 23$

Alguns exercícios para serem trabalhados:

1) Na sequência (-2, 0, 2, 4, 6, 8) ache:

a) a_5

b) $a_3 - a_1$

c) $a_1 + a_6$

d) $a_6 + a_5 + a_2$

e) $a_3 - a_4$

2) Escreva os quatro primeiros termos das sequências dadas pelos termos gerais:

a) $a_n = 3n$ com $n \in \{3, 5, 7, 9\}$

b) $a_n = 2^n$ com $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

c) $a_n = 6n + 1$ com $n \in \mathbb{N}^*$

d) $a_1 = 2$ e $a_{n+1} = a_n + 3$

→Utilizar exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.

ATIVIDADE 2

HABILIDADE RELACIONADA: Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A na resolução de problemas significativos.

PRÉ-REQUISITOS: Sequências numéricas

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, folha de atividades, quadro.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Entendimento das propriedades e conceitos relacionados às Progressões Aritméticas.

METODOLOGIA ADOTADA:

Veja abaixo.

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS (P.A.)

→Vamos iniciar com o roteiro *Repensando Regularidades Numéricas* (páginas 3, 4, 5 e 6).

Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=73>

Como foi observado anteriormente no roteiro acima temos que:

*Progressão aritmética (P.A.) é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com um número fixo, chamado **razão** da progressão.*

Exemplos:

- (2, 5, 8, 11, 14, ...) → Nesta sequência, 3 é a razão da progressão aritmética.
- (12, 7, 2, -3, -8, -13) → Nesta sequência, -5 é a razão da progressão aritmética.

Uma progressão aritmética pode ser: **crescente**, **decrescente** ou **constante**.

Exemplos:

- (3, 4, 5, 6, 7) é uma P.A. crescente, pois $r = 1 > 0$.
- (10, 8, 6, 4, ...) é uma P.A. decrescente, pois $r = -2 < 0$.
- (5, 5, 5, 5, 5) é uma P.A. constante, pois $r = 0$.

Representação de uma progressão aritmética (P.A.)

$$a_{n+1} = a_n + r \quad \forall n \in \mathbf{N}^*$$

Exemplos:

1º) Calcular r na P.A. (2, 7, 12, 17, 22, ...).

Resolução: $a_2 - a_1 = r$

$$7 - 2 = r$$

$$5 = r \rightarrow r = 5$$

2º) Calcular r e a_5 na P.A. (3, 9, 15, 21, ...)

Resolução: $a_2 - a_1 = r$ $a_5 = a_4 + r$

$$9 - 3 = r$$
 $a_5 = 21 + 6$

$$6 = r \rightarrow r = 6$$
 $a_5 = 27$

Alguns exercícios para fixar o conteúdo:

1) Escreva:

- a) uma P.A. de 8 termos em que a_1 é 10 e r é 3.
- b) Uma P.A. de 5 termos em que $a_1 = 6$ e $r = -4$.
- c) uma P.A. de 6 termos em que $a_1 = -3$ e $r = 5$.
- d) uma P.A. de 4 termos em que $a_1 = a + 2$ e $r = a$.

2) Determine:

a) o 6º termo da P.A. (2, 4, ...).

b) o 7º termo da P.A. (7, 11, 15, 19, ...).

c) o 4º termo da P.A. (6, 3, ...).

d) o 5º termo da P.A. (-5, 2, 9, ...).

Fórmula do termo geral de uma P.A.

→ *Pedir aos alunos que resolvam a seguinte situação:*

Em janeiro de certo ano, João estava ganhando R\$700,00 por mês. Seu patrão prometeu aumentar seu salário em R\$40,00 todos os meses. Quanto João estará ganhando em dezembro do ano seguinte?

• *Para resolver esta situação o aluno, provavelmente, irá somando R\$ 40,00 até chegar dezembro do ano seguinte. Com isso chegará a resposta.*

• *Após a resolução dos alunos, apresentar a fórmula do termo geral da P.A., que como eles mesmos poderão ver, irá facilitar e agilizar a resolução do problema.*

Agora será apresentada uma fórmula que permite encontrar qualquer termo de uma progressão aritmética sem precisar escrevê-la completamente.

Veja:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Na fórmula:

a_n é o termo geral;

a_1 é o primeiro termo;

n é o número de termos;

r é a razão.

Veja alguns exemplos:

1º) Encontrar o termo geral da P.A. (4, 7, ...).

$$\text{Resolução: } \begin{cases} a_1 = 4 \\ r = 7 - 4 = 3 \\ n = n \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 4 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n = 4 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n + 1$$

2º) Qual é o vigésimo termo da P.A. (3, 8, ...)?

$$\text{Resolução: } \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = 8 - 3 = 5 \\ n = 20 \end{cases}$$

$$a_{20} = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{20} = 3 + (20 - 1) \cdot 5$$

$$a_{20} = 3 + 19 \cdot 5$$

$$a_{20} = 3 + 95 = 98$$

3º) Determinar o número de termos da P.A. (-3, 1, 5, ..., 113).

$$\text{Resolução: } \begin{cases} a_1 = -3 \\ r = 1 - (-3) = 1 + 3 = 4 \\ a_n = 113 \\ n = ? \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$113 = -3 + (n - 1) \cdot 4$$

$$113 = -3 + 4n - 4$$

$$113 = 4n - 7$$

$$4n - 7 = 113$$

$$4n = 113 + 7$$

$$4n = 120$$

$$n = \frac{120}{4} = 30$$

Voltando a questão anterior (do salário de João), vamos utilizar a fórmula apresentada para resolvê-la.

Em janeiro de certo ano, João estava ganhando R\$700,00 por mês. Seu patrão prometeu aumentar seu salário em R\$40,00 todos os meses. Quanto João estará ganhando em dezembro do ano seguinte?

Resolução:

Usando a fórmula do termo geral de uma P.A. temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 700 = (24 - 1) \cdot 40$$

$$a_n = 700 + 23 \cdot 40$$

$$a_n = 1620$$

Estará ganhando R\$ 1620,00.

Outras questões que podem ser trabalhadas:

1) Todos os anos, uma fábrica aumenta a produção, em uma quantidade constante. No 5º ano de funcionamento, ela produziu 1.460 peças, e no 8º ano, 1.940. Quantas peças ela produziu no 1º ano de funcionamento?

Resposta: produziu 820 peças.

2) No acostamento de uma estrada, existem dois telefones para pedidos de socorro mecânico: um no km 51 e outro no km 117. Entre eles, serão colocados mais 10 telefones, de modo que entre um e o seguinte se tenha sempre a mesma distância. Determine em que quilômetros ficarão os novos telefones.

Resposta: 57, 63, 69, 75, 81, 87, 93, 99, 105 e 111

3) Está prevista, no acostamento de uma determinada rodovia, a instalação de placas que indicam a velocidade permitida nos respectivos trechos. Uma placa foi colocada na altura do quilômetro 44 e outra na altura do quilômetro 180. Serão colocadas mais 7 placas entre as já existentes, mantendo-se sempre a mesma distância entre as duas placas consecutivas. Em quais quilômetros deverão ficar as novas placas?

→ Utilizar exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.

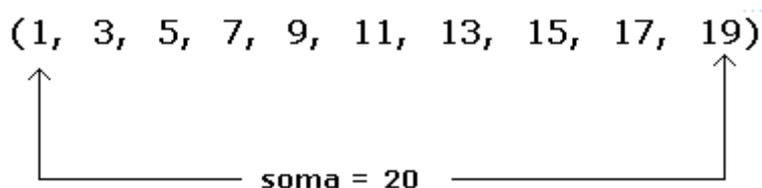
Fórmula da soma dos n termos de uma P.A. finita

Vamos ver um exemplo:

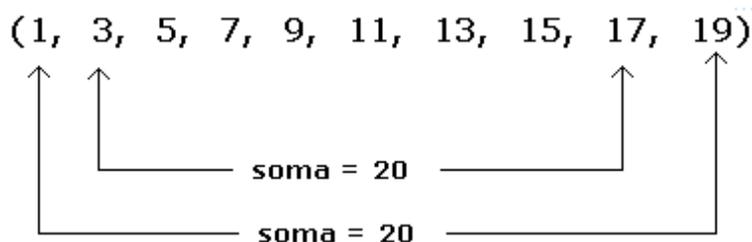
(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19)

Esta progressão possui 10 termos, com $a_1=1$, $a_{10}=19$ e $r=2$. Se quiséssemos saber a soma dos 10 primeiros termos desta PA, poderíamos calcular manualmente, ou seja, $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$. Mas, se fosse pedido a soma dos 145 primeiros termos? Manualmente iria demorar muito. Vamos ver se existe uma maneira mais prática.

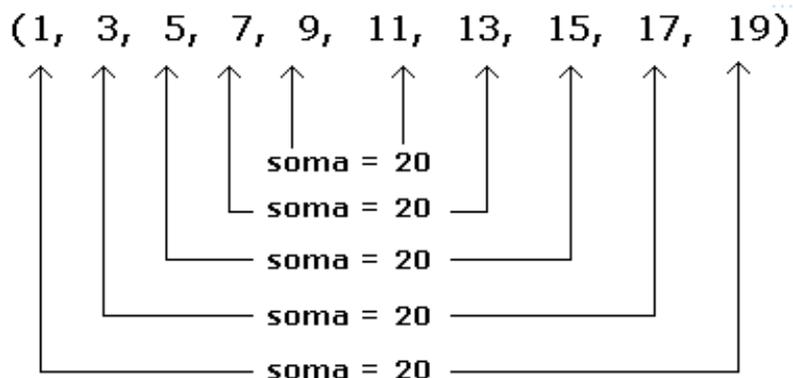
Observe quanto vale a soma do primeiro com o último termo desta PA:



Agora, veja a soma do segundo com o penúltimo:



E a soma do terceiro com o antepenúltimo, do quarto com o antes do antepenúltimo...



Note, que a soma 20 apareceu exatamente 5 vezes. Ao invés de somar termo a termo, poderíamos somar 5 vezes o 20, ou seja, $5 \times 20 = 100$ (mesmo resultado).

Agora, pense! Por que apareceu cinco vezes a soma = 20?

Isto mesmo, pois tínhamos 10 termos, e como pegamos eles de 2 em 2, é óbvio que a soma iria aparecer um número de vezes igual a metade do número de termos!

E agora, se fosse uma progressão com 100 elementos? Deveríamos proceder da mesma maneira!

A soma do primeiro com o último iria se repetir por 50 vezes (metade de 100), portanto, matematicamente falando teríamos:

$$S_{100} = (a_1 + a_{100}) \cdot 50$$

Para concluir. Se tivéssemos que calcular a soma dos elementos de uma PA com "n" termos? A soma do primeiro com o último iria se repetir por $n/2$ vezes. Ou seja, podemos escrever:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

Fórmula da soma: $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

Em que: a_1 é o primeiro termo
 a_n é o termo geral

n é o número de termos
 S_n é a soma dos n termos

Exemplos:

1º) Achar a soma dos 30 primeiros termos as P.A. (2, 5, ...).

$$\text{Resolução: } \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ r = 5 - 2 = 3 \\ n = 30 \end{array} \right.$$

Cálculo do a_n :

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 2 + (30 - 1) \cdot 3$$

$$a_n = 2 + 29 \cdot 3$$

$$a_n = 2 + 87 = 89$$

Cálculo do S_n :

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{(2 + 89) \cdot 30}{2}$$

$$S_n = \frac{91 \cdot 30}{2} = \frac{2730}{2} = 1365$$

Alguns exercícios para fixar o conteúdo

1) Ache a soma dos 26 primeiros termos da P.A. (-1, 1, 3, ...).

2) Ache a soma dos 50 primeiros termos:

a) da P.A. (1, 7, ...).

b) da P.A. (-3, 0, 3, ...).

3) Ache a soma dos 75 primeiros termos da P.A. (5, 9, ...).

**→ Utilizar também situações-problema existentes no livro didático para
fixar o conteúdo.**

ATIVIDADE 3

HABILIDADE RELACIONADA: Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.G. na resolução de problemas significativos.

PRÉ-REQUISITOS: Sequências numéricas

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático; folhas xerocadas, quadro.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Entendimento das propriedades e conceitos relacionados às Progressões Geométricas.

METODOLOGIA ADOTADA:

Veja abaixo.

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (P.G.)

Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, o dobro da quantidade anterior. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

Determine a quantidade de tábuas empilhadas na 12ª pilha.

• Para resolver esta situação o aluno, provavelmente, irá calculando de um a um até chegar à resposta.

• Após a resolução dos alunos, apresentar a fórmula do termo geral da P.G., que como eles mesmos poderão ver, irá facilitar e agilizar a resolução do problema.

Podemos definir progressão geométrica, ou simplesmente **P.G.**, como uma sucessão de números reais obtida, com exceção do primeiro, multiplicando o número anterior por uma quantidade fixa **q**, chamada **razão**.

Podemos calcular a razão da progressão, caso ela não esteja suficientemente evidente, dividindo entre si dois termos consecutivos. Por exemplo, na sucessão (1, 2, 4, 8,...), **q = 2**.

Cálculos do termo geral

Numa progressão geométrica de razão **q**, os termos são obtidos, por definição, a partir do primeiro, da seguinte maneira:

a₁	a₂	a₃	...	a₂₀	...	a_n	...
a ₁	a ₁ xq	a ₁ xq ²	...	a ₁ xq ¹⁹		a ₁ xq ⁿ⁻¹	...

Assim, podemos deduzir a seguinte expressão do termo geral, também chamado enésimo termo, para qualquer progressão geométrica.

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

Portanto se, por exemplo, **a₁ = 2** e **q = 1/2**, então:

$$a_n = 2 \times (1/2)^{n-1}$$

Se quisermos calcular o valor do termo para $n = 5$, substituindo-o na fórmula, obtemos:

$$a_5 = 2 \times (1/2)^{5-1} = 2 \times (1/2)^4 = 1/8$$

Agora, vamos resolver a questão acima (das tábuas na madeira) utilizando a fórmula que acabamos de conhecer.

Várias tábuas iguais estão em uma madeira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, o dobro da quantidade anterior. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

Determine a quantidade de tábuas empilhadas na 12ª pilha.

Resolução:

As tábuas são empilhadas de acordo com uma progressão geométrica de razão 2. Então:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{12} = 1 \cdot 2^{12-1}$$

$$a_{12} = 1 \cdot 2^{11}$$

$$a_{12} = 1 \cdot 2048$$

$$a_{12} = 2048$$

Na 12ª pilha teremos 2048 tábuas.

A semelhança entre as progressões aritméticas e as geométricas é aparentemente grande. Porém, encontramos a primeira diferença substancial no momento de sua definição. Enquanto as progressões aritméticas formam-se somando-se uma mesma quantidade de forma repetida, nas progressões geométricas os termos são gerados pela multiplicação, também repetida, por um mesmo número.

→ Utilizar exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.

Soma dos n termos de uma PG finita

A soma dos termos de uma PG é calculada através da seguinte expressão matemática:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Exemplo 1) Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG (1,2,4,8,...)

Temos: $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$

Exemplo 2) Uma dona de casa registrou os gastos mensais com supermercado durante todo o ano. Os valores foram os seguintes:

Janeiro: 98,00

Fevereiro: 99,96

Março: 101,96

Abril: 104,00

Maior: 106,08

Calcule o gasto anual dessa dona de casa, considerando que em todos os meses o índice inflacionário foi constante.

Os termos estão em progressão geométrica, observe:

$$106,08 : 104 = 1,02$$

$$104 : 101,96 = 1,02$$

$$101,96 : 99,96 = 1,02$$

$$99,96 : 98,00 = 1,02$$

A razão dessa progressão geométrica é dada por 1,02, isto indica que a inflação entre os meses é de 2%. Vamos determinar a soma dos gastos dessa dona de casa, observe:

$$S_n = \frac{98 * (1,02^{12} - 1)}{1,02 - 1}$$

$$S_n = \frac{98 * (1,02^{12} - 1)}{1,02 - 1}$$

$$S_n = \frac{98 * (1,26824179 - 1)}{0,02}$$

$$S_n = \frac{98 * 0,26824179}{0,02}$$

$$S_n = 1.314,39$$

Os gastos da dona de casa com compras de supermercado foram equivalentes a R\$ 1.314,39.

→ Utilizar exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.

Soma dos termos de uma PG infinita

Quando temos uma PG decrescente ($0 < q < 1$) podemos dizer que esta tem infinitos termos.

Veja no exemplo a PG de primeiro termo igual a 4 e razão $q=1/2$:

$$4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512}, \frac{1}{1024}$$

Note que a cada termo que passa vai diminuindo mais e mais, chegando quase perto de zero. O termo a_{12} que vale $1/512$ passando para decimais vale quase 0,002, e o termo a_{13} é mais ou menos 0,001, quanto mais alta a ordem do termo mais perto de zero ele chega, passando a ser insignificante na soma final.

Por isso que podemos fazer a soma de todos os termos desta PG, mesmo ela tendo um número infinito de termos.

Agora chegamos à fórmula final da soma dos termos de uma PG infinita.

$$S_n = \frac{a_1}{1-q}$$

Exemplo:

1) Dada a PG com $a_2=5$ e $q=2/5$, calcule a soma dos infinitos termos.

- Primeiro temos que calcular o valor de a_1 . Para isso vamos usar a fórmula do termo geral:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$5 = a_1 \cdot \frac{2}{5}$$

$$a_1 = \frac{25}{2}$$

- Agora é só colocar na fórmula da soma:

$$S_n = \frac{\frac{25}{2}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{25}{2}}{\frac{3}{5}}$$

$$S_n = \frac{\frac{25}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{25}{2} \cdot \frac{5}{3}$$

$$S_n = \frac{125}{6}$$

→ Utilizar exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.

ATIVIDADE 4

HABILIDADE RELACIONADA: Distinguir os juros simples dos compostos, aplicando em situações problemas. Utilizar os conceitos de matemática financeira para resolver problemas do dia a dia.

PRÉ-REQUISITOS: Porcentagem

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático; folhas xerocadas, quadro.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas, para que possam trabalhar em conjunto.

OBJETIVOS: Entendimento dos conceitos de Juros Simples e Compostos. Resolução de problemas com o uso da Matemática Financeira.

METODOLOGIA ADOTADA:

Veja abaixo.

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Primeiramente, passamos o que é juros: **Juros** é um atributo de uma aplicação financeira, ou seja, referimos a uma quantia em dinheiro que deve ser paga por um devedor (o que pede emprestado), pela utilização de dinheiro de um credor (aquele que empresta).

Existem dois tipos de juros:

Juros Simples - São acréscimos que são somados ao capital inicial no final da aplicação.

Juros Compostos - São acréscimos que são somados ao capital, *ao fim de cada período de aplicação*, formando com esta soma um *novo capital*.

Capital é o valor que é financiado, seja na compra de produtos ou empréstimos em dinheiro.

A grande diferença dos juros é que no final das contas quem financia por juros simples obtém um montante (valor total a pagar) inferior ao que financia por juros compostos.

A fórmula do Juro Simples é: $j = C \cdot i \cdot t$

Onde: $j = \text{juros}$, $C = \text{capital}$, $i = \text{taxa}$, $t = \text{tempo}$.

Considerando que uma pessoa empresta a outra a quantia de R\$ 2.000,00, a juros simples, pelo prazo de 3 meses, à taxa de 3% ao mês. Quanto deverá ser pago de juros?

Antes de iniciarmos a resolução deste problema, devemos descobrir o que é o que, ou seja, quais dados fazem parte das contas.

Capital Aplicado (C): R\$ 2.000,00

Tempo de Aplicação (t): 3 meses

Taxa (i): 3% ou 0,03 ao mês (a.m.)

Fazendo o cálculo, teremos:

$$J = c \cdot i \cdot t \rightarrow J = 2.000 \times 3 \times 0,03 \rightarrow \text{R\$ } 180,00$$

Ao final do empréstimo, a pessoa pagará R\$ 180,00 de juros. Observe, que se fizermos a conta mês a mês, o valor dos juros será de R\$ 60,00 por mês e esse valor será somado mês a mês, nunca mudará.

A fórmula dos Juros Compostos é: $M = C \cdot (1 + i)^t$

Onde: M = Montante, C = Capital, i = taxa de juros, t = tempo.

Considerando o mesmo problema anterior, da pessoa que emprestou R\$ 2.000,00 a uma taxa de 3% (0,03) durante 3 meses, em juros simples, teremos:

Capital Aplicado (C) = R\$ 2.000,00

Tempo de Aplicação (t) = 3 meses

Taxa de Aplicação (i) = 0,03 (3% ao mês)

Fazendo os cálculos, teremos:

$$M = 2.000 \cdot (1 + 0,03)^3 \rightarrow M = 2.000 \cdot (1,03)^3 \rightarrow M = R\$ 2.185,45$$

Ao final do empréstimo, a pessoa pagará R\$ 185,45 de juros.

Se fizermos a conta mês a mês, no primeiro mês ela pagará R\$ 60,00, no segundo mês ela pagará R\$ 61,80 e no terceiro mês ela pagará R\$ 63,65.

Normalmente quando fazemos uma compra nas "Casas Bahia", por exemplo, os Juros cobrados são os juros compostos. Praticamente todas as lojas comerciais adotam os juros sobre juros (juros compostos).

Questões que podem ser trabalhadas

1) Você fez um empréstimo de R\$5.000,00 a uma taxa de juro simples de 12% ao ano a ser pago em dois anos. O valor a ser pago é próximo de:

a) **R\$6.200,00** b) R\$6.270,00 c) R\$4.030,00 d) R\$4.070,00

2) Qual o valor presente de uma aplicação em juros simples de cinco anos, taxa de juro de 14% ao ano e valor de resgate, único, igual a R\$100.000,00?

a) **R\$58.823,00** b) R\$51.936,00 c) R\$52.854,00 d) R\$59.325,00

3) Se aplicarmos a quantia de R\$50.000,00 pelo prazo de quatro meses, teremos como remuneração desse capital a quantia de R\$4.350,00. Qual é a taxa de juro simples ao mês dessa operação?

a) 2,11% ao mês **b) 2,18% ao mês** c) 8,7% ao mês d) 1,09% ao mês

4) Uma empresa tomou um empréstimo de dois anos, taxa de juro compostos de 12% ao ano. Sabendo que o valor devolvido após dois anos foi R\$500.000,00, então, o empréstimo inicial é mais próximo do valor de:

a) **R\$398.597,00** b) R\$403.226,00 c) R\$446.429,00 d) R\$423.550,00

5) Um agente de mercado aplicou em título de renda fixa. O valor de resgate é R\$95.000,00, sendo que tal resgate será feito daqui a nove meses. Sabe-se que o rendimento deste título é 1,86% ao mês. Qual é o valor aplicado?

a) R\$92.694,09 **b) R\$80.480,48** c) R\$93.695,96 d) R\$76.151,69

AValiação

A avaliação dos alunos ocorrerá durante todas as atividades (1, 2, 3 e 4). Os alunos serão avaliados durante a realização das atividades, e também com o envolvimento deles nas mesmas.

Serão observadas as dificuldades apresentadas e através dessa observação serão dadas explicações extras que possam auxiliá-los. Os alunos poderão trocar ideias entre si, um ajudando o outro, tornando o trabalho colaborativo e mais dinâmico.

A avaliação também será feita por meio de atividades valendo nota, feitas em sala de aula ou deixadas para casa. Também será aplicado um teste em duplas envolvendo as atividades 1 e 2. Outro teste, individual, será aplicado envolvendo as atividades 3 e 4.

Através dessas avaliações, serão observadas como foram desenvolvidas as competências trabalhadas e a compreensão dos alunos acerca dos conteúdos abordados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy – Matemática Fundamental - 2º grau: volume único – São Paulo: FTD, 1994.

ROTEIROS DE AÇÃO – Regularidades numéricas: sequências e Matemática financeira - Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2º bimestre – disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava>.

Endereços eletrônicos acessados de 09/05/2013 a 12/05/2013, citados ao longo do trabalho:

<http://www.alunosonline.com.br/matematica/juros.html>

<http://www.brasilecola.com/matematica/progressao-geometrica.htm>

<http://construtor.aprendebrasil.com.br/up/57340025/2960463/t135.asp>

http://www.professores.uff.br/dulcemar/Doc_PDF/Apostila_Matematica_Financiera.pdf

<http://www.somatematica.com.br/emedio/pg.php>

http://www.tutorbrasil.com.br/estudo_matematica_online/progressoes/progressao_aritmetica/progressao_aritmetica_04_soma_dos_termos.php

http://www.tutorbrasil.com.br/estudo_matematica_online/progressoes/progressao_geometrica/progressao_geometrica_05_infinita_soma_dos_termos.php