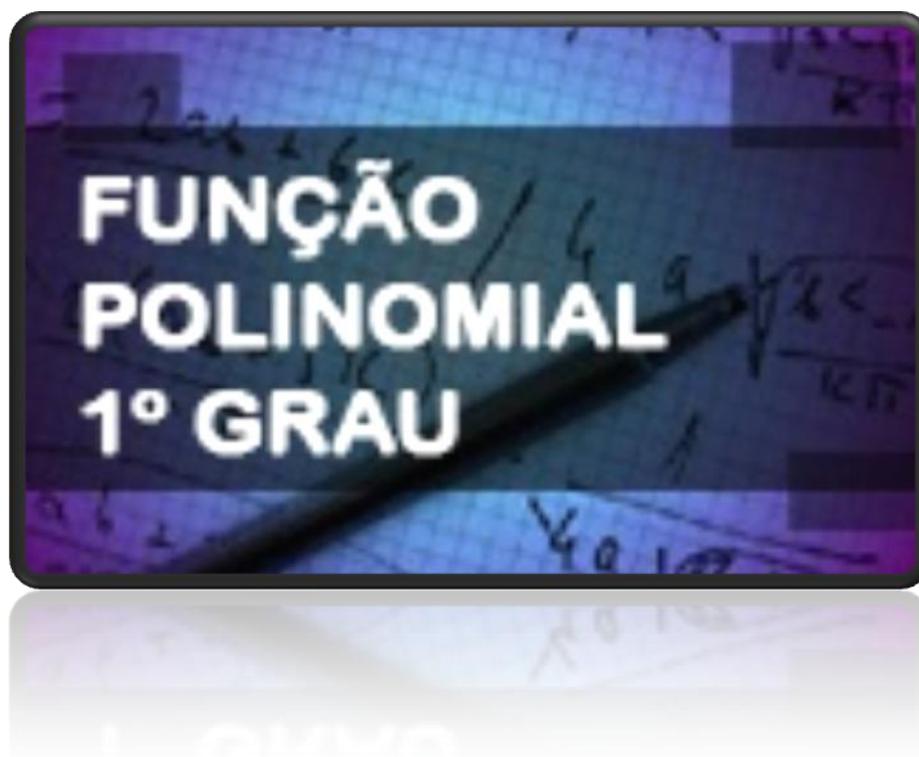


# *Formação Continuada em Matemática*

*Fundação Cecierj Consórcio Cederj  
Matemática na Escola - 2º bimestre – 1º ano*



**Tarefa 1**

**Cursista : Adriana Machado Perucci  
Tutor: Analia Maria Ferreira Freitas**

# SUMÁRIO

- **Introdução**
- **Objetivos**
- **Atividade e desenvolvimento**
- **Avaliação**
- **Referência**

## Introdução

*“Não existem métodos fáceis para resolver problemas difíceis.  
René Descartes”*

Apresentamos a presente atividade como uma alternativa para viabilizar, em sala de aula, formas concretas de abordar conteúdos matemáticos a serem trabalhados no Ensino Médio de escolas de modo a incorporar ao processo de ensino-aprendizagem da matemática orientações teóricas advindas do campo da Educação e da Educação Matemática, com ênfase na utilização de recursos tecnológicos.

Uma das maiores dificuldades de nosso trabalho diário com professores é despertar nos estudantes interesse e motivação em relação aos conteúdos matemáticos a que são apresentados no dia-a-dia das aulas de matemática. A despeito de todo o esforço e dedicação com que vimos desenvolvendo nosso fazer docente, podemos constatar que, muitas vezes, os estudantes participam das aulas de matemática de forma desinteressada e alienada. Na tentativa de cumprir as exigências impostas pelas práticas pedagógicas homogeneizantes, grande parte dos estudantes, limita-se a decorar regras, fórmulas e “macetes” e a desenvolver algoritmos de forma mecanizada e rotinizada.

“É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática.” PCN e o recurso da resolução de problemas têm demonstrado que o aluno aprende com mais motivação.

Este Plano de Trabalho veio trazer uma metodologia diferente daquela que esta acostumado, apenas utilizando regras, ou indo por este ou aquele caminho. A intenção é construir conceitos em conjunto, para que o aprendizado aconteça.

## **Objetivos**

### **Competências e habilidades**

- Identificar uma função polinomial do 1º grau.
- Utilizar a função polinomial do 1º grau para resolver problemas significativos.
- Identificar a função linear com o conceito de grandezas proporcionais.
- Representar graficamente uma função do 1º grau.
- Compreender o significado dos coeficientes de uma função do 1º grau.
- Identificar uma função do 1º grau descrita através do seu gráfico cartesiano.

# ***Atividades***

---

## **Desenvolvimento**

### **Habilidade relacionada:**

- Identificar uma função polinomial do 1º grau.
- Utilizar a função polinomial do 1º grau para resolver problemas significativos.
- Identificar a função linear com o conceito de grandezas proporcionais.
- Representar graficamente uma função do 1º grau.
- Compreender o significado dos coeficientes de uma função do 1º grau.
- Identificar uma função do 1º grau descrita através do seu gráfico cartesiano.

### **Descritores**

**H39** – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

**H53** - Associar o conceito de função linear a variação proporcional entre grandezas.

**H56** – Resolver problemas que envolvam função polinomial do 1º grau.

**Tempo de duração:** A atividade será realizada em 6 tempos de aula.

### **Organização da turma:**

As atividades serão realizadas em duplas.

### **Objetivos:**

Que os alunos sejam capazes de:

- Estudar o conceito de função polinomial do 1º grau, a partir do cálculo do Imposto de Renda e reforçar a importância do domínio no estudo das funções e com desenvolvimento de experiência.

## Pré-requisitos:

- Porcentagem, cálculo algébrico, conceito de função.

## Desenvolvimento da atividade 1:

Uma pessoa entrou no *site* da Receita Federal para obter informações sobre o Imposto de Renda. Na série de perguntas mais comuns, ao ver a resposta da pergunta 57, encontrou a seguinte tabela de cálculo:

057 - Qual é a tabela a ser aplicada para o cálculo do imposto sobre a renda na Declaração de Ajuste Anual do exercício de 2012, ano-calendário de 2011?

*A tabela progressiva para o cálculo do imposto é a seguinte:*

BASE DE CÁLCULO EM R\$	ALÍQUOTA %	PARCELA A DEDUZIR DO IMPOSTO EM R\$
Até 18.799,32	-	-
De 18.799,33 até 28.174,20	7,5	1.409,95
De 28.174,21 até 37.566,12	15,0	3.523,01
De 37.566,13 até 46.939,56	22,5	6.340,47
Acima de 46.939,56	27,5	8.687,45

Fonte:

<http://www.receita.fazenda.gov.br/PessoaFisica/IRPF/2012/perguntao/assuntos/calculo-e-recolhimento-do-imposto.htm> - Acesso em 05 de Abril de 2012.

Você já ouviu falar no famigerado Leão? Leão é como nos referimos ao Imposto de Renda, ou seja, ao imposto que cada cidadão deve pagar ao governo, dependendo de sua renda anual. Todo ano, devemos fazer a declaração de nossos rendimentos financeiros para sabermos se teremos ou não de pagar o imposto ao governo. Para entender como os cálculos são feitos, algumas informações são importantes:

- O Imposto de Renda é cobrado sobre a renda obtida ao longo do ano por cada pessoa;
- Tudo que a pessoa ganha durante o ano entra para o cálculo. A **renda tributável** é aquela sobre a qual incide o imposto, é o que uma pessoa ganha menos uma série de descontos, chamados de **deduções**;

- De uma forma simples, para calcular o Imposto de Renda, devemos realizar apenas duas operações:
- Multiplica-se o percentual (**alíquota**) sobre a renda tributável,
- Subtrai-se esse resultado da parcela a deduzir do imposto.

O valor da alíquota e o valor da parcela a deduzir dependem da renda do trabalhador. Quanto maior a renda, maior a alíquota e maior a parcela a deduzir. Para sabermos o valor exato, basta observarmos a tabela.

Há uma série de outros detalhes, que não serão considerados aqui, pois trabalharemos com a parte final do Imposto de Renda, ou seja, com a base de cálculo e com a alíquota, atentando para a faixa de renda na qual a pessoa se encontra.

Observando a tabela, é possível pensar que uma pessoa que ganha R\$22.000,00 por ano, deve pagar de imposto R\$1.409, 95. Mas isso não é verdade! Calculando 7,5% de R\$22.000,00, encontramos R\$1.650,00. O que está errado, então?

Para começar, vamos entender a Tabela Progressiva para o Cálculo do Imposto, apresentada no início da Atividade.

Observando a tabela da Receita Federal, vemos que na terceira coluna temos a parcela a deduzir do imposto. Mas o que isso significa?

Para entender, é preciso saber como é feito o cálculo do imposto. Como você pode observar na tabela, existe uma faixa na qual as pessoas são isentas e não precisam pagar o imposto de renda. Assim, de acordo com a tabela, todas as pessoas que têm uma renda de R\$ 18 799, 32 ao ano não precisam pagar imposto de renda. Mas e quando a pessoa tem uma renda maior do que essa? Quando ela recebe mais do que isso, nós devemos calcular o imposto a partir do valor que excede os R\$ 18.799, 32. Veja um exemplo para clarear as ideias:

Se uma pessoa ganha R\$ 25.000,00 por ano, temos que:

1.	Ela está na 2ª faixa: de R\$ 18.799,33 até R\$ 28.174,20;
2.	Até R\$ 18.799, 32 é isenta de impostos;
3.	O imposto de renda será calculado a partir do que excede o valor acima: o restante de R\$ 6.200,68 (R\$ 25.000,00 - R\$ 18.799, 32), com a alíquota de 7,5;
4.	Assim, $R\$ 6.200,68 \times 7,5\% = R\$ 465,05$ (valor que a pessoa deverá pagar ao governo na forma de imposto)

A partir destas informações, responda às perguntas a seguir:

### Atividades

1. Uma pessoa que recebe, por ano, R\$ 27.350,00, paga quanto de imposto?
2. E a que tem uma renda anual de R\$ 19.500,00, quanto dá para o Leão?

3. Qual é o valor do imposto da pessoa que tem como renda anual R\$ 22.000,00?

O imposto também poderia ser calculado da seguinte maneira:

1.	Calcula-se 7,5% de R\$ 25.000,00	R\$ 1.875,00
2.	Subtrai-se (deduz-se) o valor indicado na tabela	R\$ 1.875,00 – R\$ 1.409,95 = R\$ 465,05

Ou seja, calcula-se 7,5% da renda total, R\$ 25.000,00, depois se deduz (subtrai) o valor correspondente à renda isenta do imposto, R\$ 1.409,95.

Note que R\$ 1.409,95 é exatamente 7,5% de R\$ 18.799,32, e é o valor fixo calculado na tabela inicial do imposto na faixa cuja alíquota é 7,5%.

4. Utilizando esse segundo método, calcule o valor do imposto referente às rendas indicadas na tabela.

Renda Anual	7,5%	Dedução	Imposto
R\$ 19.000,00		R\$ 1.409,95	
R\$ 26.550,00			
R\$ 21.390,00			

5-É possível utilizar um desses procedimentos para determinar o imposto referente a uma renda de R\$ 28.213,25? Por quê?

6. Chamando de  $y$  o valor do imposto e de  $x$  o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona  $y$  e  $x$  para .

Dica: Para calcular 7,5% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,075.

7-Essa fórmula pode ser classificada como uma função polinomial do 1º grau? Por quê? Em caso afirmativo, indique os valores dos coeficientes.

Levando em consideração os cálculos que você fez e aprendeu até aqui, veja como é possível determinar o imposto referente à renda anual de R\$ 30.000,00:

1.	Ela está na 3ª faixa: de R\$ 2.8174,21 até R\$ 37.566,12;
2.	Até R\$ 18.799,32 é isenta de impostos;
3.	De R\$ 18.799,33 até R\$ 28.174,20, calcula-se o imposto com a alíquota de 7,5%. Ou seja, como a renda é maior do que R\$ 28.174,20, calculamos o imposto pago sob a renda máxima R\$ 28.174,20, encontrando o valor fixo de R\$ 703,12;
4.	O restante da renda, R\$ 30.000,00 – R\$ 28.174,21 = R\$ 1.825,69, deve ser calculado com a alíquota de 15% conforme indica a tabela, ou seja, 15%. R\$ 1.825,69 = R\$ 273,87;
5.	Finalmente, somam-se esses dois valores de impostos, para obter o imposto de renda total a pagar. Ou seja, paga-se o imposto de R\$ 703,12 pela renda atingir R\$ 28.174,21 e paga-se mais R\$ 273,87 pelos R\$ 1.825,69 excedentes, totalizando o valor do imposto de renda de R\$ 976,99.

Na faixa de R\$ 28.174,21 até R\$ 37.566,12, os R\$ 703,12 sempre serão cobrados. Devemos calcular, então, o referente à alíquota de 15% e somar com este valor.

Vamos praticar!

8 - Calcule o valor do imposto referente às rendas indicadas na tabela.

Renda Anual	7,5%	15%	Imposto
R\$ 29.543,00	R\$ 703,12		
R\$ 33.987,00	R\$ 703,12		
R\$ 37.410,00	R\$ 703,12		

9. Chamando de  $y$  o valor do imposto e de  $x$  o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona  $y$  e  $x$  para  $28.174,21 \leq x \leq 37.566,12$ .

Dica: Para calcular 15% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,15.

10. Troque ideias com seus colegas e veja se conseguem descobrir como é feito o cálculo, utilizando a parcela a deduzir

Veja como podemos calcular o imposto, utilizando a tabela de deduções para uma renda anual de R\$ 31.000,00.

1.	Calcula-se 15% de R\$ 31.000,00	R\$ 4.650,00
2.	Subtrai-se o valor indicado na tabela	R\$ 4.650,00 – R\$3.523,01 = R\$ 1.126,99

11. Utilize essa segunda maneira para calcular o imposto, referente às seguintes rendas anuais.

Renda Anual	15%	Dedução	Imposto
R\$ 30.400,00			
R\$ 34.900,00		R\$ 3.523,01	
R\$ 28.410,00			

12. Qual método você usaria para calcular o imposto referente a uma renda de R\$ 37.798,01? Por quê? E seus colegas?

13 - Qual a maneira que você achou mais simples para calcular o imposto para uma renda anual dentro da 3ª faixa? Por quê? E seus colegas? Troque ideias com eles.

14. Chamando de  $y$  o valor do imposto e de  $x$  o valor da renda anual, escreva a fórmula que relaciona  $y$  e  $x$  para  $28.174,21 \leq x \leq 37.566,12$ .

Dica: Para calcular 15% de algum valor, basta multiplicá-lo por 0,15.

15. Compare as duas fórmulas, obtidas para o cálculo do imposto referente a uma renda anual dentro da 3ª faixa. Você saberia explicar de onde veio o valor da dedução (R\$3.523,01)? Discuta com seus colegas.

16. E agora, as fórmulas obtidas para o cálculo do Imposto de Renda referentes a 3ª faixa podem ser classificadas como uma função polinomial do 1º grau? Indique os seus coeficientes.

## Desenvolvimento da atividade 2:

### Dinamômetro com elástico

#### Sinopse

Neste experimento, seus alunos inicialmente construirão uma espécie de dinamômetro usando um elástico ao invés de uma mola. Feito isso, eles medirão a variação do comprimento que o elástico sofre em função do número de bolinhas de gude que ele está suportando. Por fim, através da construção de um gráfico com os dados obtidos, que será aproximadamente linear a partir de um certo número de bolinhas, seus alunos poderão verificar se a Lei de Hooke foi obedecida pelo elástico e encontrar uma função que descreve seu comportamento com relação ao número de bolinhas de gude suportado.

## Conteúdo

Função Afim: Coeficientes, Equação, Gráfico e Aplicação.

## Objetivos

- Verificar se um elástico comum obedece à lei de Hooke;
- Construir gráficos através de dados obtidos experimentalmente;
- Determinar a lei que fornece a variação do comprimento de um elástico em função do número de bolinhas de gude que ele suporta;
- Conhecer uma aplicação da função afim..

## Duração

- Uma aula dupla.

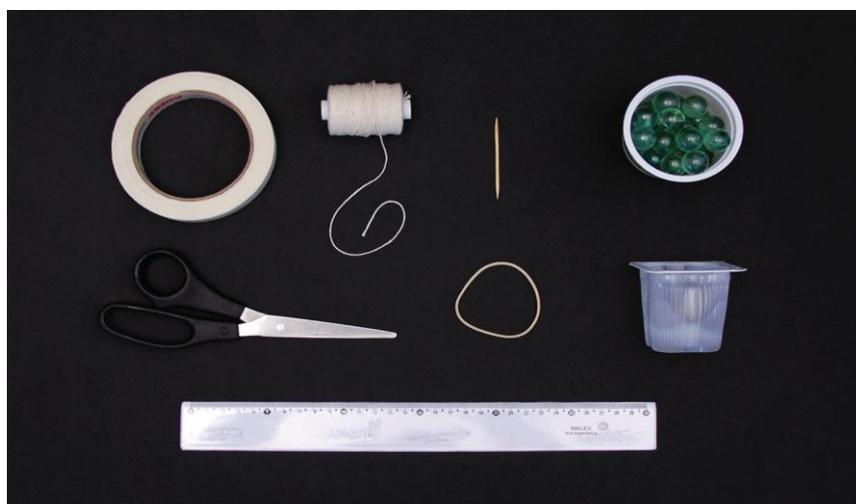
## O Experimento

### Material necessário

- Elástico de látex (aproximadamente 20 cm);..
- 60 cm de barbante;..
- Tesoura;..
- Um copo plástico (pode ser daqueles de ..iogurte);
- 30 bolas de gude de mesmo tamanho;..
- Régua graduada de 30 cm;..
- Fita adesiva;..
- Um palito de dente
- Papel quadriculado

### Material alternativo

- Elástico usado em pastas.



## Preparação

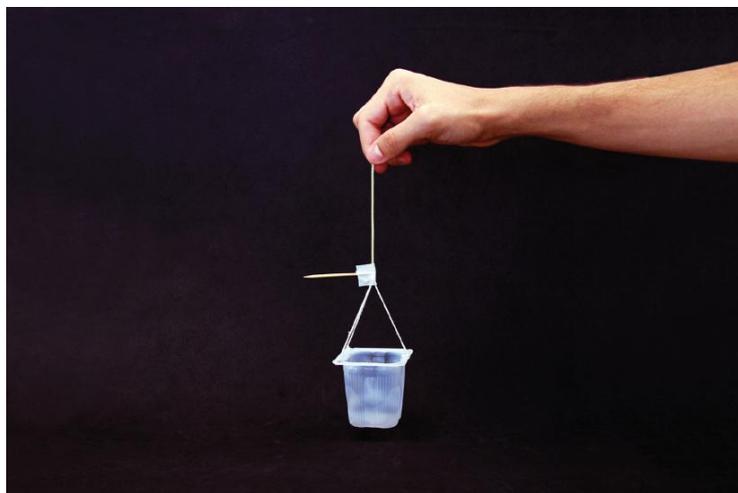
Divida a classe em grupos de três alunos e lhes entregue os materiais necessários para a confecção do dinamômetro. O copo plástico deve conter três furos bem distribuídos no topo e, portanto, isso deve ser feito previamente em casa já que sua execução em sala é mais complicada.

## Montagem do dinamômetro

- Nesta Etapa, apenas peça aos seus alunos para que montem um dinamômetro seguindo os seguintes procedimentos:
- Divida o barbante em três pedaços de 20 cm cada;
- Amarre um pedaço em cada furo do copo plástico;
- Junte as extremidades dos barbantes e dê um nó, de modo que o copo fique bem equilibrado.



- Amarre uma das extremidades do elástico no ponto de junção dos barbantes (nó);
- Ainda nesse ponto, fixe um palito de dentes perpendicularmente ao elástico usando uma fita adesiva, de forma a obter um ponteiro;



- Com uma fita adesiva, fixe bem a outra extremidade do elástico na mesa, próximo a uma de suas pernas, deixando-o pendurado;
- Prenda a régua na perna da mesa, de modo a deixar o palito de dentes alinhado com o zero (a perna da mesa deve ser perpendicular ao chão).



## Coleta de dados

Como já dito anteriormente, os objetivos deste experimento são determinar a lei que fornece a variação do comprimento do elástico em função do número de bolinhas de gude que ele suporta e verificar se essa expressão corresponde à Lei de Hooke. Por isso, nesta etapa seus alunos deverão anotar, em uma tabela como a apresentada a seguir, qual é a variação do comprimento do elástico do dinamômetro em função do número de bolas de gude que ele está suportando (a variação do comprimento é dada pela indicação do ponteiro do dinamômetro). Abaixo segue uma tabela com os dados de um experimento realizado:

Nº de bolas (n)	Varição de comprimento de elástico em mm ( $\Delta L$ )	Nº de bolas (n)	Varição de comprimento de elástico em mm ( $\Delta L$ )
1	0	16	105
2	3	17	120
3	6	18	135
4	9	19	150
5	12	20	165
6	16	21	180
7	21	22	196
8	26	23	216
9	35	24	230
10	41	25	245
11	49	26	262
12	58	27	279
13	68	28	296
14	79	29	313
15	91	30	330

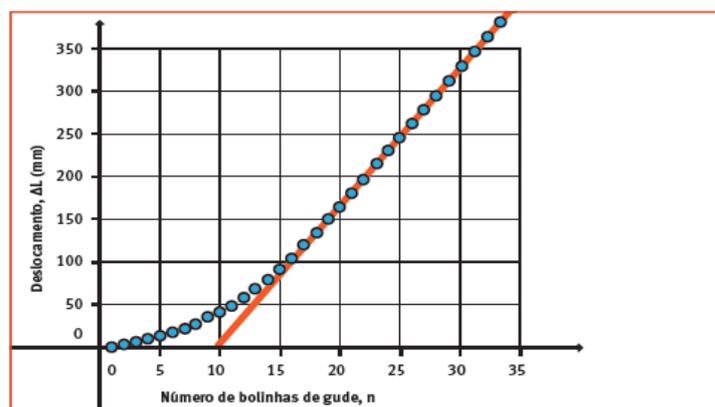
**TABELA 1** Dados registrados em um experimento.

## Tratamento dos dados

Terminada a Etapa 2, seus alunos deverão agora representar os dados coletados graficamente, colocando a deformação do elástico,  $\Delta L$ , no eixo das ordenadas, e o números de bolinhas de gude,  $n$ , no eixo das abcissas.

Perceba pelo gráfico do nosso exemplo, mostrado logo abaixo, que, para um número pequeno de bolinhas de gude suportadas, o gráfico não é linear e, portanto, não é proporcional à força exercida. Sendo assim, podemos concluir que o elástico não obedece exatamente à Lei de Hooke. Porém, a partir de um certo número de bolinhas, o gráfico toma a forma aproximada de uma função afim. Neste momento, seria interessante propor uma questão aos alunos:

Analisando o gráfico construído, vocês diriam que o elástico obedece exatamente à Lei de Hooke ou não? Por quê?



**FIG. 2** Gráfico de  $n \times \Delta L$ . Vemos que o gráfico fica aproximadamente como o de uma função afim a partir de  $n = 16$ . Por isso, traçamos uma reta que se ajusta bem a esses pontos.

### **Como determinar a equação de uma reta?**

Para determinar a equação de uma reta que passa pelos pontos  $A = (x_A, y_A)$  e  $B = (x_B, y_B)$ , devemos calcular a razão

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

que representa o coeficiente angular da reta e depois calcular

$$y - y_A = m \cdot (x - x_A) \text{ ou} \\ y - y_B = m \cdot (x - x_B).$$

No exemplo que fornecemos, vemos que: Para valores de  $n$  entre 1 e 15, o gráfico não se mostra linear. Para valores de  $n$  entre 16 e 30, o gráfico é aproximadamente linear. Para determinar a equação da reta traçada, então, escolhamos os pontos  $A = (16, 105)$   $B = (30, 330)$  e com eles encontramos:

$$m = \frac{330 - 105}{30 - 16} = \frac{225}{14}.$$

Logo obtemos:  $y = \frac{225}{14}x - \frac{1065}{7}$ .

Portanto, chegamos a uma função entre a variação do comprimento do elástico,  $\Delta L$  e o número de bolas de gude que ele está suportando,  $n$ , a partir de um certo valor de  $n$ :

$$\Delta L = \frac{225}{14}n - \frac{1065}{7}, \text{ para } n \geq 16.$$

Agora que descobriram a função, vocês poderiam dizer quanto o elástico se deformará se for colocada mais uma bolinha de gude no copo?

Vamos agora montar o gráfico em função da quantidade de bolinhas, colocando 100 bolinhas e ver como ficará seu gráfico. Feito isso, calcule o mesmo efeito com 200 bolinhas.

## **Avaliação**

Atividade prática desenvolvida em sala de aula pelos alunos com o auxílio do data show online no endereço: <<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81.html#taxista1>>, com objetivo avaliativo.

Os alunos na quinta e sexta aula deverão resolver as atividades propostas em dupla.

## Referências

**CURRÍCULO MÍNIMO 2013** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – Disponível em: < <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em 10 de maio de 2013.

**MATRIZ DO SAERJINHO 2013** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – Disponível em: < <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em 10 de maio de 2013.

**ROTEIRO DE AÇÃO 1 2013** - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – Disponível em: < <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em 10 de maio de 2013.

**DINAMÔMETRO COM ELÁSTICO-** Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – Disponível em: < <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1006> > Acesso em 12 de maio de 2013.

**FUNÇÃO AFIM – SITUAÇÕES PROBLEMAS.** Atividades práticas. Disponível em: <<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap81.html#taxista1>>. Acesso em: 12 de maio de 2013.