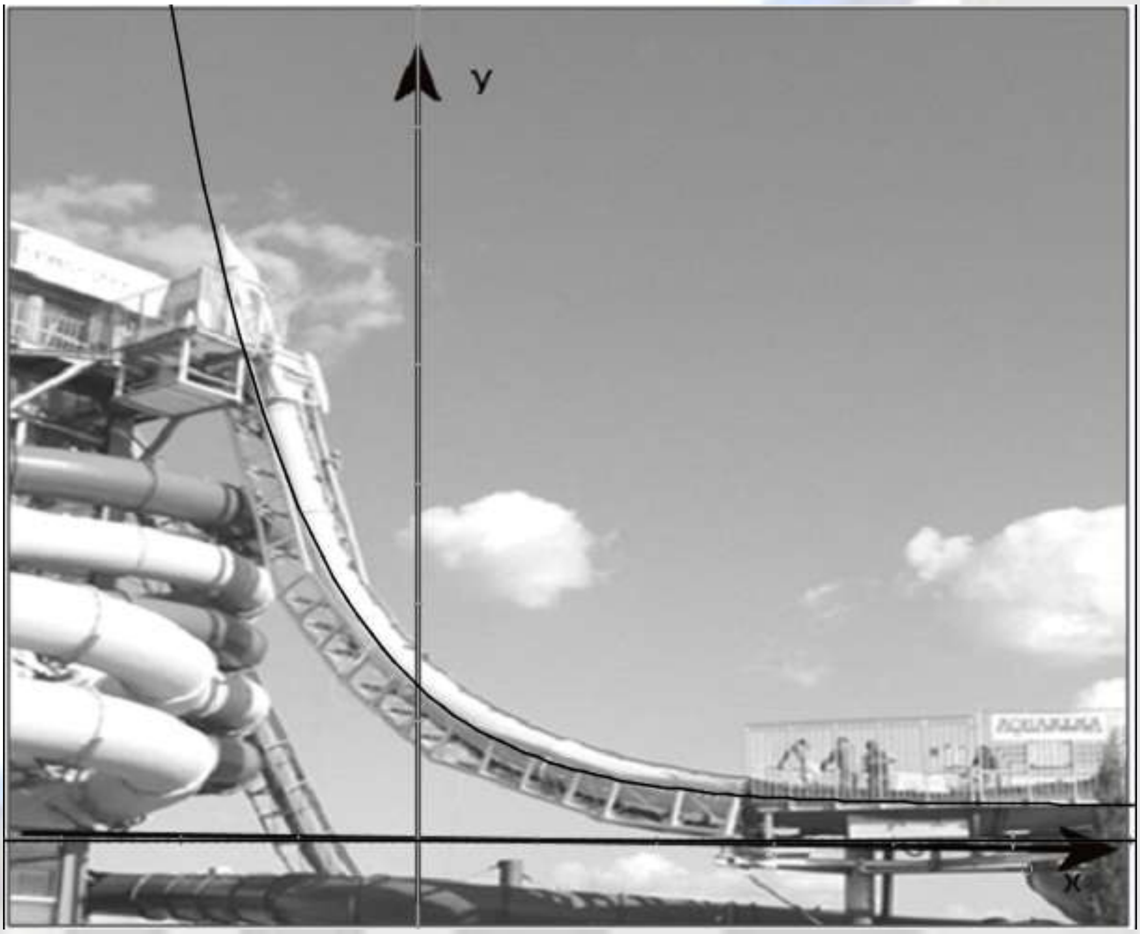
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Matemática 1º ano - 4º bimestre/2012

PLANO DE TRABALH0

FUNÇÃO EXPONENCIAL



http://matfotos.pbworks.com/w/page/11251898/Grupo%20%20%206

Professora: Valéria Gomes Gonçalves

Tutora:Maria Tereza Baierl

Sumário

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por finalidade permitir que o aluno conheça e compreenda a Função Exponencial. Uma de suas características é o crescimento ou decrescimento muito rápido. Assim sendo, se aplica em várias áreas, tais como, Física, Biologia, Astronomia, dentre vários outros. É importante que o aluno veja e entenda sua aplicação para que o assunto não fique tão somente no abstrato.

A função exponencial exige um conhecimento de potenciação e suas propriedades, é comum a dificuldade do aluno nessa área, então, será feito uma revisão desse assunto. Esse tema para melhor fixação será trabalhado também em forma de música. A ideia e que com a música o aluno tenha maior facilidade em se lembrar das propriedades.

Compreendido a potenciação avançaremos para a definição de função e sua representação gráfica, nesse caso faz-se necessário a marcação de pontos no plano. Caso seja necessário revisar esse assunto com exemplos práticos. Para a execução do plano de trabalho serão necessários oito tempos de 50 minutos e mais dois tempos para avaliação final.

Desenvolvimento

ATIVIDADE I

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

DURAÇÃO PREVISTA: 4 aulas

ASSUNTO: Propriedades operatórias das potências

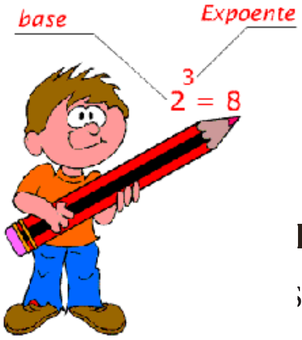
OBJETIVOS: Revisar as regras de potenciação e suas propriedades.

PRÉ-REQUISITOS: Propriedades operatórias das potências

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis, música disponível na plataforma, calculadora cientifica.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Em dupla para que aja uma troca de conhecimento no decorrer da aula.

DESCRITORES ASSOCIADOS:
H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).



Revendo a potenciação

Potenciação com expoente natural.

Sendo a ∈ IR e n ∈ IN, temos:

$n^a = \underbrace{a.a.a.a....a}_{\text{n fatores}}$, $n \geq 2$.

a: base
n: expoente
n^a : potência
n – ésima de a

$\begin{cases} a^1 = a \\ a^0 = 1,\ a \neq 0 \end{cases}$

Exemplo:

- $2^3 = 2.2.2 = 8$
- $(1/3)^2 = 1/9$
- $(-6)^2 = 36$
- $(-8)^1 = 64$

•Obs:

$(-b)^n = \begin{cases} b^n, \text{ se n é par} \\ -b^n, \text{ se n é ímpar} \end{cases}$

•Potenciação com expoente inteiro negativo.

Se *a* é um número real não nulo (*a* ≠ 0), e *n* um número inteiro, definimos:

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, ($a \neq 0$)

•Regrinha: Inverte-se a base e troca o sinal do expoente.

Exemplos:

- $3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$
- $2^{-4} = 1/2^4 = 1/16$
- $(-5)^{-2} = 1/(-5)^{-2} = 1/25$
- $(0,4)^{-2} = (4/10)^{-2} = (2/5)^{-2} = \dfrac{1}{(2/5)^2} = \dfrac{1}{4/25} = \dfrac{25}{4}$

•Propriedades das Potências

1ºPropriedade	$a^m \cdot a^n$	a^{m+n}
2º Propriedade	$a^m : a^m$	a^{m-n}
3º Propriedade	$(a^m)^n$	$a^{m.n}$
4º Propriedade	$(a.b)^n$	$a^n \cdot b^n$
5º Propriedade	$(a/b)^n$	a^n/b^n

•Potência de expoente racional

Dados um número real positivo *a*, um número inteiro *m* e um número natural *n* (n≥1), chama-se potência de base *a* e expoente m/n a raiz enésima aritmética de a^m.
Dados um número real positivo a e

$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

•Definição especial:
Sendo $\frac{m}{n} > 0$, define-se $0^{m/n} = 0$

Exemplo:

- $5^{1/2} = \sqrt{5}$
- $8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $1^{7/5} = \sqrt[5]{1^7} = 1$
- $0^{11/3} = 0$
- $100^{-1/2} = \sqrt[2]{100^{-1}} = \sqrt{1/100} = 1/10$

•Propriedades para expoentes racionais

Dados dois números reais positivos, a e b, e dois números racionais, m/n e r/s (em que m, n, r e s Є IR e n e s ≥ 2), temos as seguintes propriedades.

1ºPropriedade	$a^{m/n} . a^{r/s}$	$a^{m/n\ +r/s}$
2º Propriedade	$a^{m/n} : a^{r/s}$	$a^{m/n\ -r/s}$ ***(a≠0)***
3º Propriedade	$(a.b^{m/n}$	$a^{m/n} . b^{m/n}$
4º Propriedade	$(a/b)^{m/n}$	$a^{m/n} /b^{m/n}$ ***(b≠0)***
5º Propriedade	$(a^{m/n})^{r/s}$	$a^{m/n.\ r/s}$

• Potência de expoente irracional

Sendo *a* um número real positivo e *x* um número irracional, podemos estimar uma potência a^x, por meio de aproximações.

Exemplo:

Determinar entre quais números inteiros a potência 2 √3 está.

√3 é um número irracional. No entanto, é possível fazer aproximações racionais de √3 (1; 1,7; 1,73; 1,732;...); a sequencia de potencias com expoentes racionais 2^1, $2^{1,7}$, $2^{1,73}$,...aproxima-se de $2^{2\sqrt{3}}$.

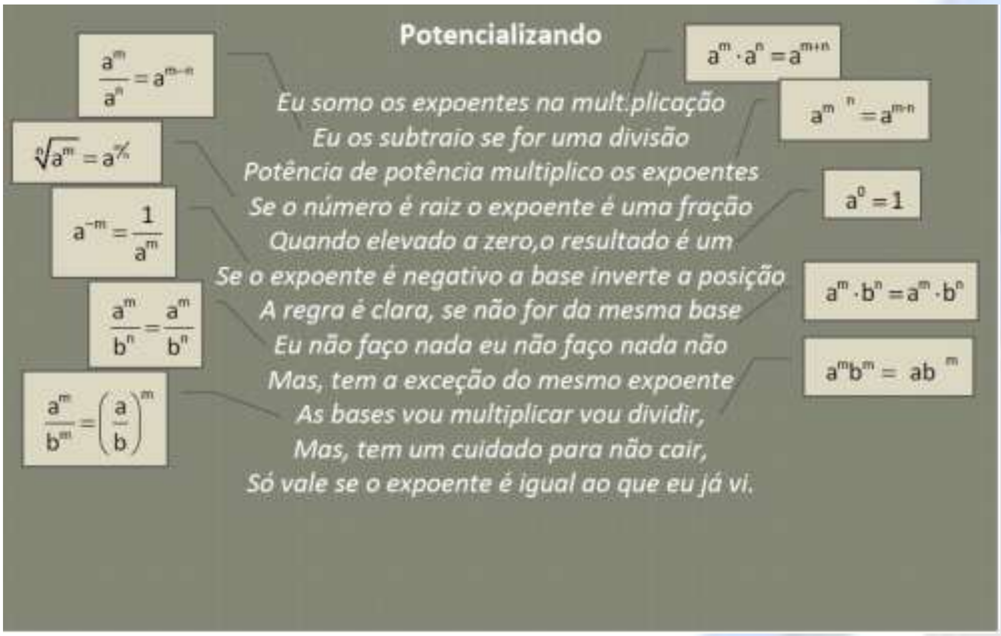
Também podemos escrever que $2^1 < 2^{\sqrt{3}} < 2^2$ e concluir que $2 < 2^{\sqrt{3}} < 4$ ou seja, √3 está situado entre os números inteiros 2 e 4.

•Incentivar o uso de calculadora cientifica. Com uso da calculadora podemos concluir que:

$2^{\sqrt{3}} = 3{,}322$.

Conhecidas as propriedades das potências trabalhar a música de autoria do Professor André Silva.

Veja:



A letra deve ser impressa e entregue a cada aluno.

Tentar criar um ritmo de acordo com as características da turma.

Dividir a turma em grupos (grupos grandes 7 ou 8 alunos). Cada grupo irá criar um ritmo para a música. Os grupos se apresentarão em uma data pré-determinada. (Essa atividade será pontuada)

A ideia é que com a música o aluno tende a guardar as propriedades mais facilmente.

Exercícios:

1) Calcule as potências:

1) $(-3)^2 =$

2) $-3^2 =$

3) $3^2 =$

4) $(-3)^{-2} =$

5) $3^2 =$

6) $0{,}3^2 =$

7) $(0{,}333)^2 =$

8) $(0{,}3)^{-2} =$

9) $(-0.3)^2 =$

10) $(-0{,}33...)^{-2} =$

11) $(-0{,}02)^3 =$

12) $1{,}2^3 =$

13) $(-0{,}22...)^{-3} =$

14) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

15) $\frac{2^2}{5} =$

16) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$

17) $-\frac{2^2}{5} =$

18) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

2) Escreva na forma de uma só potência:

1) $3^5 . 3^2 . 3^7 =$

2) $\frac{5^7}{5^3} =$

3) $\frac{3^{11}}{3^{18}} =$

4) $2^3 . 2^{-3} =$

5) $2^3 : 2^{-3} =$

6) $\frac{2^4 . 2^6}{3^7 . 3^3} =$

7) $(3^{10})^3 =$

8) $3^{10^3} =$

9) $(-32)^{3^2} =$

10) $8^3 : 2^{-5} =$

11) $\frac{4^6 . 8^2}{16^3} =$

12) $\frac{10^5 . 10^{-3} . 10}{10^{-7} . 10^4} =$

3) Determine como verdadeiro (V) ou falso (F), caso seja falso corrija:

1) $7^3 . 4^3 = 28^3$ (   )

2) $(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$ (   )

3) $(5 - 3)^2 = 5^2 - 3^2$ (   )

4) $(9^4)^6 = 3^{48}$ (   )

5) $0,25^{-2} = 16$ (   )

4) Calcule o valor da expressão:

$$\frac{(7+3)^2 . 10^{-2}}{10^{-3} . 10^{-1}} =$$

5)

O valor da expressão $\left(-\frac{1}{2}\right)^0 + (-1)^5$ é:

a) $-\frac{1}{2}$

c) 0

b) -4

d) $-\frac{9}{2}$

ATIVIDADE II

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

DURAÇÃO PREVISTA: 2 aulas

ASSUNTO: Função exponencial

OBJETIVOS: Permitir que o aluno conheça a função exponencial e suas características gráficas.

PRÉ-REQUISITOS: Função exponencial

MATERIAL NECESSÁRIO: Livro didático, quadro, caneta, papel quadriculado.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
.

DESCRITORES ASSOCIADOS: H63 Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
H58 – Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

Função exponencial

FUNÇÃO EXPONENCIAL TIPO I

Veja a situação:
Quando o número de bactérias de uma colônia dobra, a nova colônia mantém as mesmas características da anterior, duplicando em número do mesmo período de tempo que a original, sabendo que determinada colônia, iniciada por uma bactéria, dobra seu numero a cada 20 minutos, quantas bactérias existirão após 2 horas?

Resolução:

Após um periodo de 20 minutos, teremos 2 = 2^1 bacterias. Após dois peridos de 20 minutos, teremos 4 = 2^2 bacterias. Após 2 horas, ou seja, 6 periodos de minutos, teremos 64 = 2^6.

Da mesma forma, após x períodos de 20 minutos, o numero n de bactérias será dado por n = 2^x. Esse é um exemplo de função com variável no expoente.

Definição:

Uma função *f:* IR IR$^*_+$ chama-se função exponencial quando existe um número real *a*, com *a* > 0 e *a* ≠ 1, tal que *f(x)* =a^x, para todo *x* Є IR

Exemplos:

- f(x) = 3^x
- f(x) =$(0,7)^x$
- f(x) = $(3/4)^x$
- f(x) = $(\sqrt{5})^x$

Gráfico da função exponencial

Temos 2 casos distintos:

1º caso • *a > 1*

2] caso • *0 < a < 1*

Veja os exemplos:

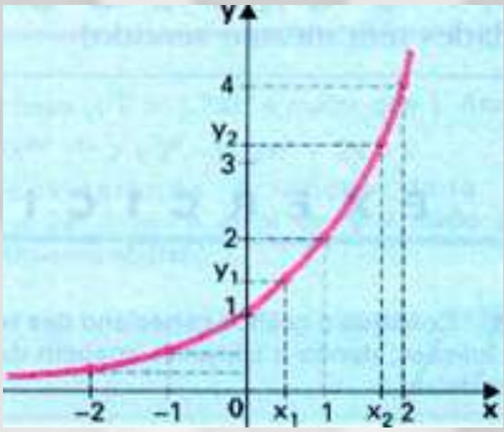
Para a > 1 ***(1º caso)***

y = 2^x ou ***f(x) = 2^x***

Nesse caso atribuímos valores para x, calculando os correspondentes em y, daí obtemos a tabela e o gráfico abaixo:

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	1/4	1/2	1	2	4

:



Im= IR

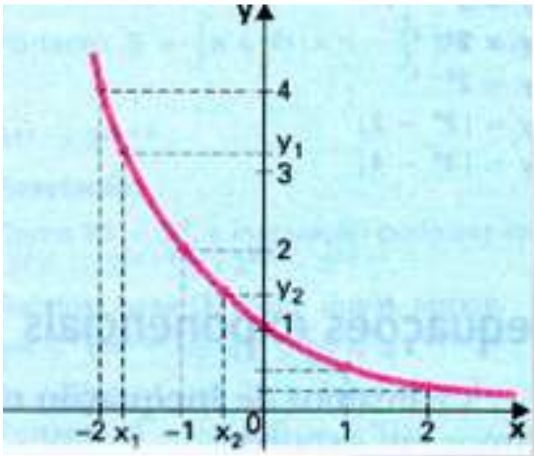
Para 0 < a < 1

Para 0 < a < 1 *(2º caso)*

$y=(1/2)^x$ ou $f(x)=(1/2)^x$

Atribuímos valores para *x*, e calculando encontramos seus correspondes em *y*, e obtemos a tabela e o gráfico:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	12	1	1/2	1/4



Im= IR

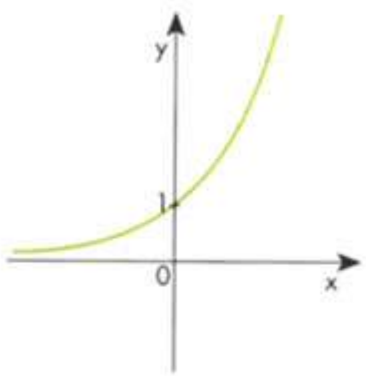
<u>Podemos estabelecer o seguinte:</u>

- O gráfico nunca intercepta o eixo x (abcissas), a função não tem raízes.
- O gráfico toca o eixo y (ordenada) no ponto (0,1)
- Os valores de y são sempre positivos, logo **Im= IR**

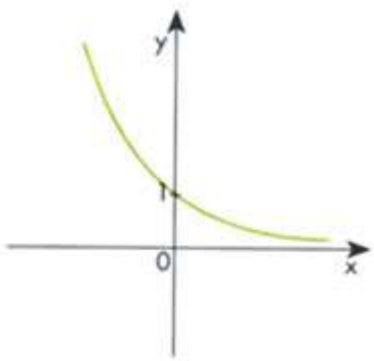
Em resumo temos:

f(x) é crescente e $Im=IR^+$
Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio:
$x_2>x_1 \Rightarrow y_2>y_1$

f(x) é decrescente e $Im=IR^+$
Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio:
$x_2>x_1 \Rightarrow y_2<y_1$



a > 1



0 < a < 1

Exercícios:

1) Construa o gráfico das funções exponenciais a seguir:

a) $f(x) = 5^x$
b) $g(x) = (1/3)^x$
d) $h(x) = (1/4)^x$
e) $i(x) = 4^x$

2) Identifique as funções como crescente ou decrescente:

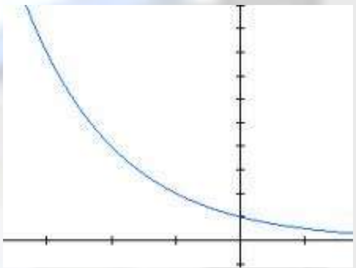
a) $f(x) = (0,3)^2$
b) $f(x) = (\sqrt{2})^x$
c) $f(x) = (3/8)^x$
d) $f(x) = (\sqrt{3}/3)^x$
e) $f(x) = (2,71/2)^x$
f) $f(x) = (2/\sqrt{2})^x$
g) $f(x) = (2/\pi)^x$
h) $f(x) = (0,8)^x$
i) $f(x) = (\sqrt{3})^x$
j) $f(x) = (\pi/2)^x$

3) Obtenha uma representação gráfica da função exponencial *f* definida por $f(x) = 3^x$ e indique, das afirmações seguintes, as que são verdadeiras:

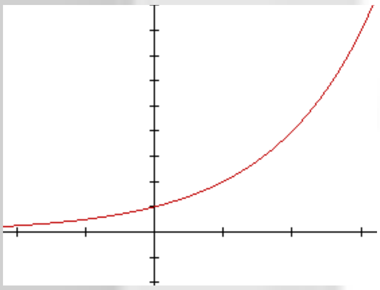
a) (   ) A função f é crescente em IR e o seu crescimento é muito mais rápido em IR+ ∞
b) (   ) O gráfico de f intersecta o 0y no ponto de ordenada 1.
c) (   ) O gráfico formado é uma parábola
d) (   ) O gráfico gerado é uma curva exponencial

4) Os gráficos representam funções crescentes ou decrescentes:

a)



b)



ATIVIDADE III

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

DURAÇÃO PREVISTA: 2 aulas

ASSUNTO: Função exponencial

OBJETIVOS: Permitir que os alunos entendam a aplicação da função exponencial.

PRÉ-REQUISITOS: Identificar uma Função Exponencial. Resolver potenciações

MATERIAL NECESSÁRIO: Sala com vídeo ou data show. Livro didático, quadro, caneta.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Individual para apresentação do conteúdo e dupla para realização dos exercícios de fixação.

DESCRITORES ASSOCIADOS: H58 – Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

Aplicação da função exponencial

A função exponencial é caracterizada pelo crescimento e decrescimento muito rápido. São muitas as áreas do conhecimento que fazem uso de funções exponenciais para sua resolução, dentre varias: Engenharia, Biologia, Física, Astronomia, Finanças e outras.

Um bom exemplo de sua aplicação esta no crescimento populacional. Ficará mais claro com a explicação do vídeo citado:

Série O Mundo da Matemática - Ep. 3 - A cidade que se Multiplica

http://www.youtube.com/watch?v=ZOhMejLEBbY

Vejamos agora uns exercícios.

Exercício resolvido:

1) Um capital de R$ 100,00 foi aplicado em uma caderneta de poupança que rende 2% ao mês. Podemos utilizar a expressão $M(t) = 100.\ 1{,}02^t$ para calcular o saldo M dessa caderneta após *t* meses.

Para *t* = 1, temos:

$M(1) = 100.\ 1{,}02^{1}$ ...$M(1) = 102$

Portanto, após 1 mês o saldo será de R$ 102,00.

Para *t* = 12, temos:

$M(12) = 100.\ 1{,}02^{12}$ ...$M(12) = 126{,}82$

Portanto, após 1 mês o saldo será de R$ 102,00.

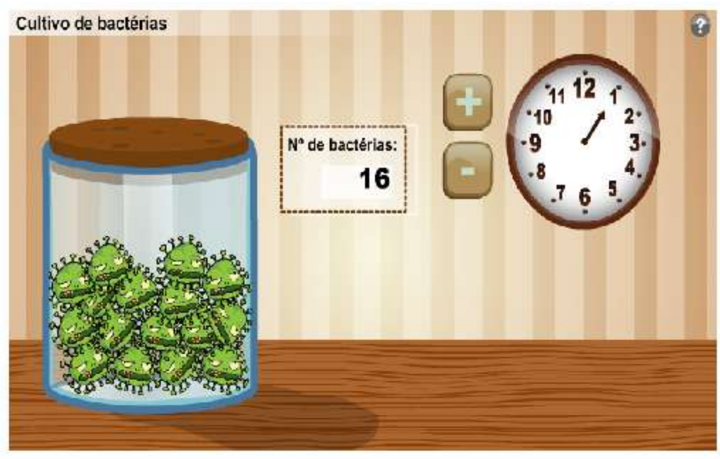
Logo, após 1 ano o saldo será de aproximadamente R$ 126,82

1) Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada quatro horas. Assim, o numero de bactérias após t horas é dado pela função $100.\ 2^{t/4}$.

Nessas condições, pode-se afirmar que a população será de 102.400 bactérias depois de:

a) 1 dia e 3 horas
b) 1 dia e 10 horas
c) 1 dia e 15 horas
d) 1 dia e 16 horas

2) Uma colônia de bactérias cresce a um ritmo de 0,5% por hora. Se certa contagem deu 2000 bactérias, quantas haverá 2 dias depois? Indique uma função que sirva de modelo a este crescimento.



3) Admita que, em cero município, a população cresça a taxa de 20% ao ano. Classifique como V ou F a afirmação a seguir e justifique a sua resposta: "Em quatro anos a população do município já terá dobrado em relação a seu valor atual".

AVALIAÇÃO

- Avaliação deve ser continua durante todo o processo de aplicação do plano de trabalho.

- Os exercícios no decorrer do plano de trabalho (páginas 08, 09, 13, e 16) devem ser pontuados. As atividades serão realizadas em dupla, mas, cada aluno responderá em seu caderno os exercícios.

- A atividade da página 08 (escolher um ritmo para a música “potencializando”) será avaliada pela elaboração do trabalho e a apresentação em sala.

- Aplicação de avaliação escrita individual a fim de avaliar o desenvolvimento lógico do aluno para resolver questões que envolvam potenciação, gráfico de funções exponenciais e problematização (100 minutos).

Bibliografia

- BARROSO. Juliane Matsuba. Volume 1: Conexões com A Matemática: Ensino médio. Editora Moderna, São Paulo, 2010-1º edição.

- Matrizes de Referência para Avaliação Diagnóstica do Saerjinho em Matemática – oferecida pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro.

- IEZZI, Gelson, 2010_Matemática Ciências e Aplicações 1º ano ensino médio/ Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenzanzijn, Roberto Périgo, Nilze de Almeida. 6º edição São Paulo_2010: ed. Saraiva.

- Zold, Harold, Correa, Sérgio, 2002_ Novo Manual Nova Cultural Matemática-Edição integral São Paulo, 2002: ed. Nova Cultural.

- **Endereços eletrônicos acessados no dia 06/11/2012**
  Os exercícios da página 08 e 09 foram copiados do site:

http://www.lourencocastanho.com.br/ativ_09/potenciacao.pdf

Outros sites acessados no dia 06/11/2012

http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2010/06/potenciacao-com-expoentes.html

http://www.somatematica.com.br/emedio3.php

http://www.youtube.com/watch?v=ZOhMejLEBbY