Reforço escolar · Matemática ·

Números Irracionais

Dinâmica 3

9º Ano | 1º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º Ano do Ensino Fundamental	Numérico Aritmético.	Números reais.

DINÂMICA	Números Irracionais
HABILIDADE PRINCIPAL	C1 – Localizar números racionais na reta numérica.
HABILIDADES ASSOCIADAS	H47 – Resolver problema com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar a localização de números reais na reta numérica.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor/a, nesta dinâmica você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar ideias.	De olho no tanque de combustível.	De 15 a 20 min.	Em grupos de 3 ou 4 alunos.	Individual.
2	Um novo olhar...	E quando não for quadrado perfeito?	De 10 a 15 min.	Nos mesmos grupos.	Individual.
3	Fique por dentro!	Aproximando raízes.	De 20 a 25 min.	Nos mesmos grupos.	Individual.
4	Quiz.	Quiz.	10 min	Individual.	Individual.
5	Análise das respostas ao Quiz.	Análise das respostas ao Quiz.	15 min	Coletiva.	Individual.
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Caro/a professor/a, esta dinâmica foi elaborada com o intuito de que o aluno possa localizar números reais na reta numérica, além de obter aproximações decimais para alguns números a partir da localização do mesmo, além de trabalhar com algumas situações problemas que envolvam operações com números reais.

Primeira Etapa
COMPARTILHAR IDEIAS

Atividade · De olho no tanque de combustível.

Objetivo

Localizar números inteiros e racionais fracionários na reta numérica através da resolução de problemas.

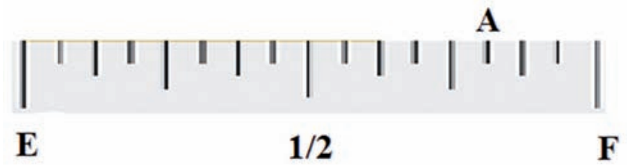
Descrição da Atividade:

Para dar início à atividade, distribua os alunos em grupos de 3 ou 4. Depois de agrupados, é importante que discutam e resolvam uma situação-problema proposta no seu material. Essa discussão irá motivá-los a localizar números racionais na reta numérica pela investigação de pistas que os levem às respostas corretas.

Situação-problema:

O senhor Alberto encheu o tanque de combustível de seu carro para viajar com sua família. Como a viagem é longa, ele planejou fazer algumas paradas ao longo do caminho.

O marcador da quantidade de combustível do carro do senhor Alberto está dividido em 16 partes iguais, onde a letra E representa que o tanque está vazio, e a letra F representa que o tanque está cheio, com 60 litros de combustível. Pode-se representar as marcações desse tanque na reta a seguir.



Problema 1:

Após 2 horas de viagem, o senhor Alberto decidiu realizar a primeira parada e observou que o indicador do combustível estava parado na posição da letra A. Que fração do combustível ainda resta do tanque? Quantos litros foram gastos?

Resposta

Como o marcador está dividido em 16 partes iguais, basta contar quantos traços existem da marcação do tanque vazio até o ponto A e chegar à fração: 13/16.

Além disso, 1/16 representa 3,75 litros de combustível. Como o senhor Alberto utilizou 3 partes das 16, então tem-se 3 x 3,75 litros = 11,25 litros de combustível foram gastos até a primeira parada.

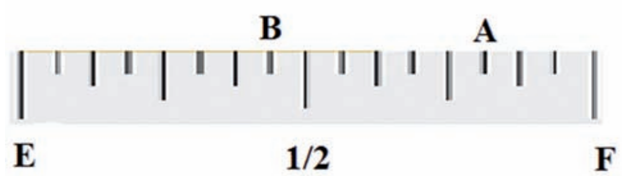
Problema 2:

Após percorrer mais um trecho de sua viagem, o senhor Alberto realizou a segunda parada após gastar 22,5 litros de combustível. Indique com a letra B qual posição o marcador de combustível está indicando.

Resposta

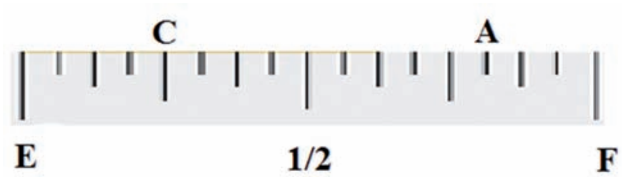
Como ele gastou 22,5 litros de combustível e é sabido que 1/16 representa 3,75 litros de combustível, tem-se 22,5 : 3,75 = 6, ou seja, o marcador retrocedeu 6 posições.

• • • • •



Problema 3:

Ao chegar à terceira parada, o marcador de combustível estava marcando sob a letra C.



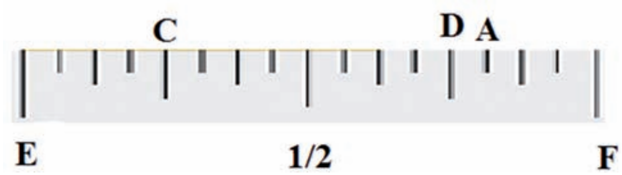
Para seu Alberto chegar ao seu destino, é necessário que ele coloque o equivalente a meio tanque de combustível. Após reabastecer seu carro, qual será a posição do marcador de combustível?

Resposta

Como ele reabasteceu com o equivalente a meio tanque, então o marcador saiu da posição C e se deslocou 8 posições para a direita, parando sobre a letra D, ou seja, ¼ + ½ = ¾ do tanque.

• • • • •

Professor



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- *A turma será dividida em grupos de 3 ou 4 alunos e as repostas devem ser compartilhadas e discutidas ao final pelos grupos.*
- *Leve o aluno a perceber que o tanque completo contém 60 litros de combustível e foi dividido em 16 partes, e que cada parte equivale a 3,75 litros de combustível.*
- *Ressalte que a discussão deve ser em grupo, mas que todos devem preencher os dados na tabela do seu material.*

Intervenção Pedagógica:

Professor/a:

- *É importante que acompanhe o desenvolvimento dos problemas e auxilie na interpretação do problema, que cada fração do marcador equivale a uma quantidade de combustível.*
- *Caso perceba que os alunos ainda tenham dúvidas, uma boa estratégia é fazer, no quadro, uma representação da reta do problema e marcar os pontos destacados, associando cada letra ao número racional correspondente, bem como a quantidade de combustível associado.*

Segunda Etapa
Um novo olhar...

15 MINUTOS

Atividade • E quando não for quadrado perfeito?

Objetivo

Localizar raízes quadradas de números naturais na reta numérica.

Descrição da atividade:

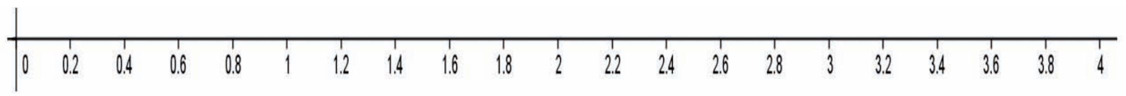
Continuando o trabalho em grupo, muitos já devem saber o resultado das raízes quadradas de alguns números, chamados quadrados perfeitos, bem como sua localização na reta numérica. E quando é necessário localizar, na reta numérica, raízes quadradas de números que não são quadrados perfeitos? Onde eles estão? Para ajudar na localização, preencha a tabela:

Resposta

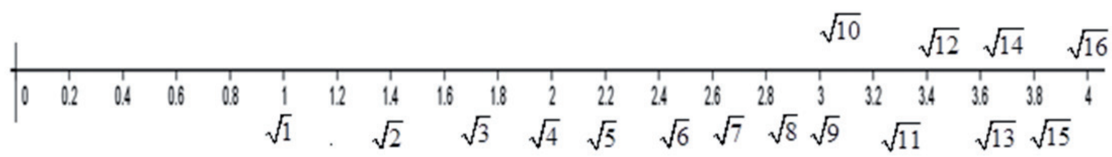
NÚMEROS	RAIZ QUADRADA	VALOR INTEIRO DA RAIZ QUADRADA
1	$\sqrt{1}$	1
2	$\sqrt{2}$	Não possui
3	$\sqrt{3}$	***Não possui***
4	$\sqrt{4}$	2
5	$\sqrt{5}$	Não possui
6	$\sqrt{6}$	***Não possui***
7	$\sqrt{7}$	***Não possui***
8	$\sqrt{8}$	Não possui
9	$\sqrt{9}$	***3***
10	$\sqrt{10}$	Não possui
11	$\sqrt{11}$	***Não possui***
12	$\sqrt{12}$	***Não possui***
13	$\sqrt{13}$	***Não possui***
14	$\sqrt{14}$	Não possui
15	$\sqrt{15}$	Não possui
16	$\sqrt{16}$	***4***

Professor

Observando a tabela anterior, posicione todas as raízes da tabela na reta a seguir.



Resposta:



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- *A turma continuará dividida em grupo de 3 ou 4 alunos.*
- *Chame a atenção dos alunos quanto à representação de raízes de números quadrados perfeitos como números inteiros.*

Intervenção Pedagógica:

Professor/a:

- *É importante que o estudante entenda que as informações da tabela se encontram em ordem crescente, por isso, tem-se que* $1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 2$*. Deste modo, auxilie o desenvolvimento da atividade de maneira que os alunos compreendam o posicionamento na reta numérica de cada raiz quadrada não exata. O objetivo não é calcular sua aproximação decimal, mas entender onde cada uma delas se "encaixarão" em relação aos valores das raízes quadradas conhecidas.*

- *Enfatize que há muitos outros números irracionais.*
- *Informe aos alunos que é possível mostrar que a raiz quadrada de um número natural ou é um número natural, como aconteceu com as raízes de 1, 4, 9 e 16, ou não é racional.*

Terceira Etapa:
Fique por dentro!

Atividade • Aproximando raízes.

Objetivo

Discutir questões sobre a irracionalidade de raízes quadradas não exatas e suas aproximações decimais.

Professor/a, nesta etapa, o estudante será desafiado a estimar a 1ª casa decimal de cada uma das raízes não inteiras que ele marcou na reta numérica.

Com os mesmos grupos, vocês devem encontrar aproximações numéricas de algumas raízes não inteiras que trabalhamos na segunda etapa. A utilização destas aproximações obedece ao chamado critério de suficiência, ou ainda da necessidade de aproximação da raiz de acordo com a situação real.

Para obter uma aproximação decimal com 1 casa decimal para as raízes quadradas não inteiras que você localizou na reta numérica, pode-se utilizar o seguinte procedimento:

1. Escolha a raiz quadrada que queira encontrar a aproximação decimal.
2. Observando a reta numérica, essa raiz se encontra mais próximo de que raiz exata? A partir daí, escolha um número racional decimal com 1 casa decimal e calcule seu quadrado.
3. Nos casos em que esse quadrado seja menor do que o radicando, calcule o quadrado dessa mesma aproximação somada com 1 décimo e veja se já ultrapassou o radicando. Se não ultrapassou, some ainda mais 1 décimo e calcule o quadrado desse novo número; quando ultrapassar o valor do radicando, a penúltima aproximação será uma boa aproximação até os décimos. Por outro lado, se o quadrado da sua aproximação ultrapassou o radicando, calcule o quadrado dessa mesma aproximação menos 1 décimo e vá repetindo o processo até conseguir aproximar o radicando.

Seguindo esse procedimento, encontre as aproximações de:

a. $\sqrt{2}$

b. $\sqrt{3}$

c. $\sqrt{5}$

d. $\sqrt{7}$

e. $\sqrt{12}$

Resposta

Espera-se que o estudante perceba se fez uma boa avaliação. Por exemplo, se ele achou $\sqrt{2} \cong 1,4$ *ao calcular* $1,4^2$*, encontra 1,96 que é menor do que 2, e ao calcular* $1,5^2$ *encontra 2,25, que já é maior do que 2. Desta forma, ele terá a certeza de que a primeira casa decimal do número 2 é mesmo 4 e uma aproximação até os décimos dessa raiz é 1,4.*

No entanto, se ele partiu de 1,3, ao calcular $1,3^2$*, ele encontra 1,69 e, ao calcular* $1,4^2$ *e encontrar 1,96, ele deve perceber que 1,3 foi insuficiente. Assim deve continuar para* $1,5^2$*, quando terá aproximado a raiz.*

Por outro lado, se ele começou de 1,5, ao calcular $1,5^2$*, que já ultrapassa 2, ele precisa calcular* $1,4^2$ *e saberá que o algarismo dos décimos da* $\sqrt{2}$ *é 4 e não 5.*

A aproximação 1,4 diz-se uma aproximação por falta e 1,5 diz-se uma aproximação por excesso de $\sqrt{2}$.

Seguindo o mesmo raciocínio, tem-se $\sqrt{3} \cong 1,7$, $\sqrt{5} \cong 2,2$, $\sqrt{7} \cong 2,6$ *e* $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2 \times \sqrt{3} \cong 2 \times 1,7 \cong 3,4$

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- *A turma continuará dividida em grupo de 3 ou 4 alunos.*
- *Dê alguns minutos para a solução e faça coletivamente a comparação dos processos de resolução e dos resultados encontrados.*
- *Acompanhe os registros dos alunos, auxiliando-os nas possíveis dificuldades.*

Intervenção Pedagógica:

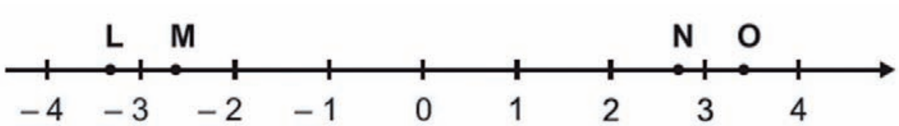
Professor/a:

- *É possível que os grupos encontrem aproximações distintas para as raízes quadradas não exatas. Nesse momento, é preciso alertá-los de que se trata de uma estimativa.*
- *É importante também levá-los a calcular o quadrado desses valores aproximados, de forma que compreendam que o resultado nunca será exatamente o radicando da raiz em questão.*
- *Se achar necessário, oriente os alunos a estimarem as raízes quadradas pelo método de tentativa e erro. A aproximação decimal de $\sqrt{2}$, por exemplo, está entre 1 e 2. Pode-se tentar o quadrado do ponto médio: $(1,5)^2 = 2,25$, que é maior que 2. Vale tentar $(1,4)^2 = 1,96$. Já se conclui que a aproximação da raiz de 2 até os décimos é 1,4. Como $(1,4)^2$ está bem mais perto de 2 do que $(1,5)^2$, para uma nova aproximação em centésimos, pode-se tentar o quadrado de 1,41. Observe que: $(1,41)^2 = 1,41 \times 1,41 = 1,9881$, e $(1,42)^2 = 2,0164$. Conclui-se, então, que 1,41 é o valor de raiz de 2 até os centésimos. Esse processo pode ser repetido com tantas casas decimais quanto necessário.*

Quarta Etapa
Quiz

(Saerjinho 2012)

Observe os pontos L, M e O representados na reta numérica abaixo.



Qual é o melhor ponto que representa a localização do número $-\sqrt{7}$?

a. L.

b. M.

c. N.

d. O.

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

Resposta

*A resposta correta é o item **(B)**.*

Distratores:

O aluno que escolheu a letra A confundiu a ordem de $-\sqrt{7} > -\sqrt{9}$, pela $\sqrt{7} < \sqrt{9}$. O aluno que escolheu a letra C trocou o sinal da raiz.

Já o aluno que escolheu a letra D pode ter confundido ao trabalhar com desigualdade $-\sqrt{7} > -\sqrt{9}$ e esqueceu de inverter o sinal ao multiplicar por (-1).

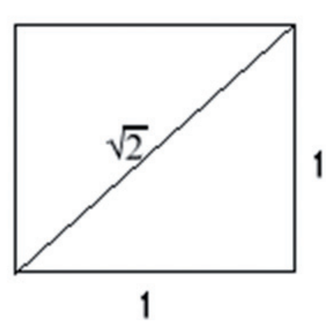
• • • • •

Etapa Flex
Para saber +

15 MINUTOS

Origem dos números irracionais

A origem histórica da necessidade de criação dos números irracionais está intimamente ligada com fatos de natureza geométrica e de natureza aritmética. Os de natureza geométrica podem ser ilustrados com o problema da medida da diagonal do quadrado quando a comparamos com o seu lado.



Este problema geométrico arrasta outro de natureza aritmética, que consiste na impossibilidade de encontrar números conhecidos – racionais – para raízes quadradas de outros números, como, por exemplo, raiz quadrada de 2.

Estes problemas já eram conhecidos da Escola Pitagórica (séc. V a.C.), que considerava os irracionais heréticos. A Ciência grega conseguiu um aprofundamento de toda a teoria dos números racionais, por via geométrica – "Elementos de Euclides" –, mas não avançou, por razões essencialmente filosóficas, no campo do conceito de número.

Para os gregos, toda a figura geométrica era formada por um número finito de pontos, sendo estes concebidos como minúsculos corpúsculos – "as mónadas" –, todos iguais entre si; daí resultava que, ao medir um comprimento de n mónadas com outro de m, essa medida seria sempre representada por uma razão entre dois inteiros n/m (número racional); tal comprimento incluía-se, então, na categoria dos comensuráveis.

Ao encontrar os irracionais, aos quais não conseguem dar forma de fração, os matemáticos gregos são levados a conceber grandezas incomensuráveis. A reta onde se marcavam todos os racionais era, para eles, perfeitamente contínua; admitir os irracionais era imaginá-la cheia de "buracos". É no séc. XVII, com a criação da Geometria Analítica (Fermat e Descartes), que se estabelece a simbiose do geométrico com o algébrico, favorecendo o tratamento aritmético do comensurável e do incomensurável. Newton (1642-1727) define pela primeira vez "número", tanto racional como irracional.

Texto disponível em: http://www.somatematica.com.br/irracionais.php

Para aprender mais sobre reta numérica, acesse a aula do telecurso, disponível no link: https://www.youtube.com/watch?v=aBpYexwWtPw.

Agora é com você!

Questão 1

Observe a expressão:

$$2\sqrt{10} \div \sqrt{2}.$$

O resultado aproximado dessa expressão é:

a. 20

b. 10

c. 4,4

d. 3,2

Resposta

Opção (C).

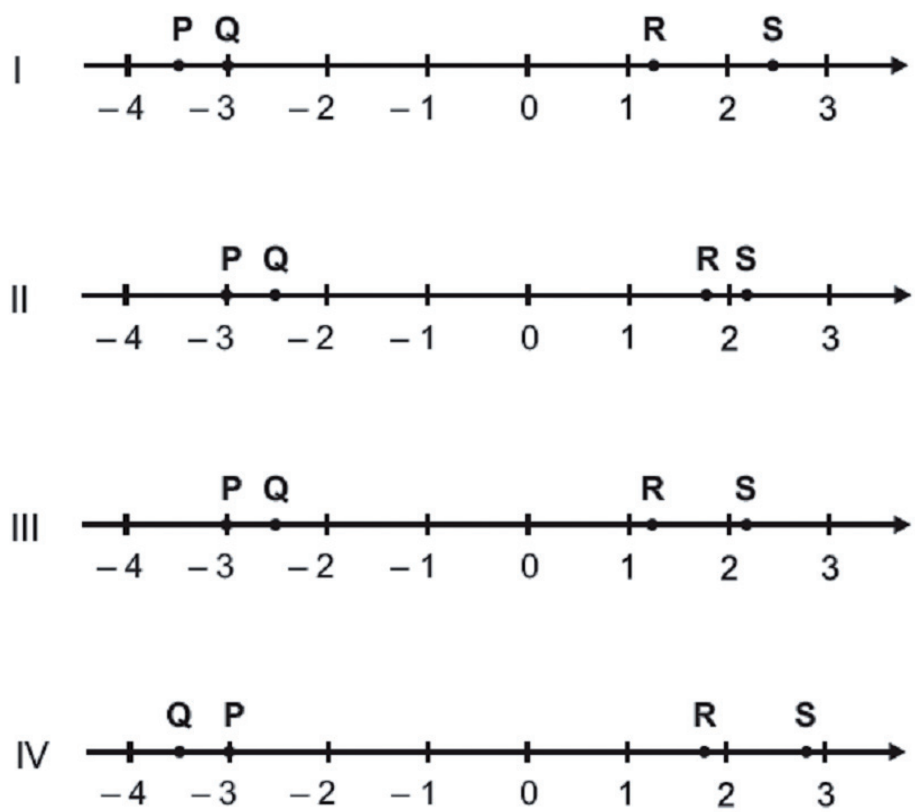
Solução

A expressão pode ser reescrita como:

$$\frac{2\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{5} = 2 \times 2,2 = 4,4$$

Questão 2

Observe as retas abaixo. Elas estão divididas em segmentos de mesma medida, e os pontos P, Q, R e S representam, respectivamente, os números -3, $-\sqrt{7}$, $\frac{5}{4}$, $\sqrt{5}$.



A reta que melhor representa a localização dos pontos P, Q, R e S é:

a. I

b. II

c. III

d. IV

Resposta

Opção (C).

Solução

Como os pontos P, Q, R e S representam os números -3, $-\sqrt{7}$, $\frac{5}{4}$, $\sqrt{5}$ *nessa ordem, tem-se que P tem que estar sobre o -3, Q é um valor entre -2 e -3, 5 : 4= 1,25, que é mais próximo de 1, e S é um valor entre 2 e 3, mais próximo do 2.*

Questão 3

Raul efetuou a operação.

$4\sqrt{7}-\sqrt{3}$

Qual é, aproximadamente, o resultado dessa operação?

a. 16,0

b. 12,5

c. 8,8

d. 8,0

Resposta

Opção (C).

Solução

Resolvendo a operação, temos:

$$4\sqrt{7}-\sqrt{3}=4\times 2,6-1,7=10,4-1,7=8,7$$