FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL MARIA ZULMIRA TORRES

PROFESSORA: TÂNIA REGINA BERNARDINO DA SILVA

MATRÍCULA: 50190453

SÉRIE: 2º ANO ENSINO MÉDIO

GRUPO: 4

TUTORA: MARIA CLAÚDIA PADILHA TOSTES

PARAÍBA DO SUL

2013

PLANO DE TRABALHO SOBRE FUNÇÃO LOGARÍTMICA

[Tânia Regina Bernardino da Silva]
[tbernardino@prof.educacao.rj.gov.br]

2013

1. INTRODUÇÃO

Faz-se necessário ensinar os conceitos relacionados à Função Logarítmica, apesar de os alunos não perceberem que este assunto esta presente em outras áreas do conhecimento, como por exemplo, na Física (radiação), na Geografia (terremotos), na Biologia (bactérias), entre outros.

Inicialmente antes de introduzir os conceitos de Função Logarítmica, propor uma conversa com o intuito de apresentar exemplos que envolvam aplicações das propriedades logarítmicas. Diante disso, apresentarei atividades divididas em três momentos. O primeiro consiste em exemplos resolvidos pelo professor com a interação dos alunos; o segundo será uma lista de exercícios resolvida em grupos de cinco alunos e o terceiro será uma avaliação que cada aluno responderá individualmente.

Para o desenvolvimento do assunto abordado é necessário que o aluno tenha os seguintes pré-requisitos:

- Operações básicas
- Potenciação
- Equação de primeiro grau

2- DESENVOLVIMENTO

Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

Inicialmente apresentarei o assunto abordando situações do cotidiano na qual são aplicadas as propriedades logarítmicas.

Depois aplicarei três atividades, sendo que duas delas serão resolvidas pelos próprios alunos de forma que utilizem as propriedades operatórias dos logaritmos para melhor fixação do conteúdo estudado.

Os recursos necessários para aplicação desta atividade são:

Folha de atividades e livro do aluno.

Atividades:

- **Habilidades relacionadas**

H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

- C1 - Efetuar operações utilizando o produto de logaritmos;
- C2 - Efetuar operações utilizando o quociente de logaritmos;
- C3 - Efetuar operações utilizando a potência de logaritmos;
- C4 - Efetuar operações utilizando a raiz de um logaritmo;
- C5 - Efetuar operações utilizando a mudança de base de logaritmos.

- **Tempo de Duração**

- 12 horas aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados**

- Livro do aluno e folha de atividades

- **Organização da turma**

No primeiro momento aplicarei a ATIVIDADE 1 que consiste em dois exemplos: um utilizando o método tradicional e o outro contextualizado.

No terceiro momento realizar a ATIVIDADE 2 que será composta por uma lista de exercícios de maneira que os alunos resolvam em grupos de 5.

No terceiro momento realizar a ATIVIDADE 3 que será composta por uma avaliação que será respondida individualmente.

- **Objetivos**

- Calcular o logaritmo de um número real positivo.
- Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples.
- Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos.
- Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.

- **Metodologia adotada**

ATIVIDADE 1

O objetivo desta atividade é fazer com que os alunos entendam a importância de cada propriedade que tem por objetivo facilitar os cálculos mais extensos. Compreendido tais propriedades partir para resolução de dois exemplos de maneira que os próprios alunos possam interagir na resolução.

Para isso, propor os exemplos abaixo de maneira que os alunos possam contribuir de forma significativa na resolução dos itens propostos.

EXEMPLO 1

Usando as propriedades operatórias, calcule:

a) $\log_2(64\ .\ 128)$

b) $\log_3\left(\frac{9}{81}\right)$

c) $\log_2(32)$

d) $\log_3(9x) + \log_3\left(\frac{x}{27}\right) = 5$

e) $\log_{10} 2 = x$, calcular $\log_2 20$

EXEMPLO 2

Resolva:

a) Suponha que uma pessoa tenha em determinado momento 1,6 g/L de álcool no sangue e que esse valor decresça de acordo com a função $f(x) = 1{,}6\ .2^{-\frac{t}{2}}$, em que t é o tempo em horas. Após parar de beber, quantas horas no mínimo são necessárias para que essa pessoa tenha 0,1 g/L de álcool no sangue?

b) Em uma colônia de bactérias, a cada meia hora, o número de bactérias dobra. Se inicialmente havia 500 bactérias, após quanto tempo haverá 500.000 bactérias, aproximadamente? Considere log 2 = 0,3

c) Uma das práticas mais prazerosas da relação humana – o beijo – pode ser paradoxalmente, um dos maiores meios de transmissão de bactérias. Supondo que o número de bactérias (N) por beijo (b) é determinado pela expressão $N(b) = 500\ .2^{\,b}$, determine o número de quantidades de beijos para que o número de bactérias seja 32000?

ATIVIDADE 2

(LISTA DE EXERCÍCIOS)

1. Calcule:

a) $\log_3 27$ b) $\log_{\frac{1}{5}} 125$ c) $\log_4 \sqrt{32}$ d) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27}$

2. Calcule o valor de x:

a) $\log_x 8 = 3$ b) $\log_x \frac{1}{16} = 2$ c) $\log_2 x = 5$ d) $\log_9 27 = x$

3. Calcule:

a) $\log_2 2^{-3}$ b) $\log_7 \sqrt{7}$ c) $5^{\log_5 7}$ d) $2^{\log_2 7 + \log_2 3}$

4. Sendo $\log_x 2 = a$, $\log_x 3 = b$ calcule $\log_x \sqrt[3]{12}$.

5. Sendo $\log_a 2 = 20$, $\log_a 5 = 30$ calcule $\log_a 100$.

6. Resolva as seguintes equações:

a) $\log_{x-3} 9 = 2$ b) $\log_4(2x+10) = 2$ c) $\log_2(\log_3(x-1)) = 2$

7. Dados log a = 5, log b = 3 e log c = 2, calcule $\log\left(\frac{a.b^2}{c}\right)$.

8. Um laboratório iniciou a produção de certo tipo de vacina com um lote de x doses. Se o planejado é que o número de doses produzidas dobre a cada ano, após quanto tempo esse número passará a ser igual a 10 vezes o inicial? (Use: log 2 = 0,30)

a) 1 ano e 8 meses b)2anos e 3 meses c) 2 anos e 6 meses

d) 3 anos e 2 meses e) 3 anos e 4 meses f) 3 anos e 8 meses

9. A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático:

h(t) = 1,5 + $\log_3(t+1)$ com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:

a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2

10. Determine a solução da equação: $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1+\log_2(2x-7)$

11. Numa fábrica, o lucro originado pela produção de x peças é dado em milhares de reais pela função L(x) = log(100 + x) + k, com k constante real.

a) Sabendo que não havendo produção não há lucro, determine k.

b) Determine o número de peças que é necessário produzir para que o lucro seja igual a mil reais.

12. As populações de duas cidades, A e B, são dadas em milhares de habitantes pelas funções A(t) = $\log_8(1+t)^6$ e B(t) = $\log_2(4t+4)$, onde a variável t representa o tempo em anos.

a) Qual é a população de cada uma das cidades nos instantes t = 1 e t = 7?

b) Após certo instante t, a população de uma dessas cidades é sempre maior que a da outra. Determine o valor mínimo desse instante t e especifique a cidade cuja população é maior a partir desse instante.

13. Resolva:

a) $\log_3 81+\log_{16}\sqrt{128}$ b) $\log_{\frac{1}{25}} 25 - \log_{\frac{4}{5}}\frac{64}{125}$ c) $\log_{16}\sqrt{128}$ -3. $\log_7\sqrt{7}$

d) $\log_{\frac{4}{5}}\frac{64}{125}+5^{\log_5 7}$ e) $2^{\log_2 7+\log_2 3}+\log_{\frac{1}{25}} 625$ f) $\log_{\frac{1}{4}} 1024 - \log_{\frac{1}{4}} 128$

14. O valor de $\log_3(3 \cdot 81) + \log_2 \dfrac{512}{64}$ é:

a) 6 b) 8 c) - 8 d) - 6 e) N.D.A.

15. Sendo $\log_{10} 2 = 0{,}1$, $\log_{10} 3 = 0{,}2$ e $\log_{10} 5 = 0{,}3$, o valor de $\log_{10} 600$ é:

a) - 1,1 b) 1 c) - 1 d) 1,1 e) N.D.A.

16. Sendo $\log_{10} 2 = x$ e $\log_{10} 3 = y$, o valor de $\log_{10} \frac{24}{108}$ é:

a) 2y - x b) x + 2y c) x – 2y d) x - y e) N.D.A.

17. Se $\log_4 x = 4$, quanto vale $\log_8 x$?

a) - 3/7 b) 3/8 c) - 8/3 d) 7/3 e) N.D.A.

18. Se $\log_{10}(2x - 5) = 0$, então x vale:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) N.D.A.

19. Se $\log_{10} 2 = a$ e $\log_{10} b$, escrevendo $\log_{10} \frac{32}{27}$ em função de a e b obtemos:

a) 5a - 3b b) 3a – 5b c) 5a + 3b d) 3a + 5b e) N.D.A.

20. Admitindo-se que $\log_5 2 = 0{,}43$ e $\log_5 3 = 0{,}68$, obtém-se para $\log_5 12$ o valor:

a) 1,64 b) - 1,64 c) 1,54 d) - 1,54 e) N.D.A.

21. Se $\log_2 b - \log_2 a = 5$ o quociente b/a, vale:

a) 10 b) 32 c) 25 d) 64 e) 128

22. Construa o gráfico das seguintes funções:

a) $\log_3 x$ b) $\log_2 x$ c) $\log_{10} x$

d) $\log_3(x-2)$ e) $\log_4(4x-1)$ f) $\log_5(x-5)$

g) $\log_3 x^2$ h) $\log_2(x/4)$ i) $\log_{10} x(x-1)$

j) $\log_3(x^3-2)$ k) $\log_4(4x-1/2)$ l) $\log_5(x/2-5)$

ATIVIDADE 3

(AVALIAÇÃO)

1. Assinale a propriedade válida sempre:

a) log (a . b) = log a . log b

b) log (a + b) = log a + log b

c) log m . a = m . log a

d) log am = log m . a

e) log am = m . log a

(Supor válidas as condições de existências dos logaritmos)

2. Se log10123 = 2,09, o valor de log101,23 é:

a) 0,0209 b) 0,09 c) 0,209 d) 1,09 e) 1,209

3. Os valores de x que satisfazem log x + log (x - 5) = log 36 são:

a) 9 e -4 b) 9 e 4 c) -4 d) 9 e) 5 e -4

4. Numa plantação de certa espécie de árvore, as medidas aproximadas da altura e do diâmetro do tronco, desde o instante em que as árvores são plantadas até completarem 10 anos, são dadas respectivamente pelas funções:

5. Altura: $H(t) = 1 + (0,8).\log_2 (t + 1)$, Diâmetro do tronco: $D(t) = (0,1).2^{t/7}$ com H(t) e D(t) em metros e t em anos.

a) Determine as medidas aproximadas da altura, em metros, e do diâmetro do tronco, em centímetros, das árvores no momento em que são plantadas.

b) A altura de uma árvore é 3,4 m. Determine o diâmetro aproximado do tronco dessa árvore, em centímetros.

6. Numa experiência para se obter cloreto de sódio (sal de cozinha), colocou-se num recipiente uma certa quantidade de água do mar e expôs-se o recipiente a uma fonte de calor para que a água evapore lentamente. A experiência termina quando toda a água se evaporar. Em cada instante t, a quantidade de água existente no recipiente (em litros) é dada pela expressão: $Q(t) = \log_{10}\left(\frac{10^k}{t+1}\right)$ com k uma constante positiva e t em horas.

a) Sabendo que havia inicialmente 1 litro de água no recipiente, determine a constante k.

b) Ao fim de quanto tempo a experiência terminará?

7. Um determinado lago foi tomado por uma vegetação. Em 1990, a área coberta pela planta era de 160 m², e a partir de então o aumento anual da área coberta pela vegetação foi de 60%. Determine:

a) A área, em m², coberta pela vegetação n anos mais tarde;

b) Usando log16 = 1,2, quantos anos se passaram até que uma área de 2560 m² fosse coberta.

3- AVALIAÇÃO

Em primeiro momento os alunos serão avaliados no decorrer da (ATIVIDADE 1) diante da participação dos mesmos e sua interação para o desenvolvimento da situação proposta.

Num segundo momento os alunos serão avaliados na correção da lista de exercícios propostos (ATIVIDADE 2) , que será corrigida passo a passo pelo professor com o intuito dos mesmos aprenderem aplicar as fórmulas para sanar possíveis dúvidas.

Num terceiro momento os alunos serão pontuados na avaliação individual (ATIVIDADE 3) , que será corrigida pelo professor.

Vale lembrar que o primeiro momento valerá 0,10 pontos, o segundo 0,40 pontos e o terceiro 1 ponto.

Por fim, verificar se os alunos compreenderam e atingiram o objetivo proposto para esta atividade.

4- REFERÊNCIAS

- Roteiro de ação 5.
- SMOLE, Kátia Stocco & DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio. 6ª edição. São Paulo. Editora Saraiva, 2010, p. 190.